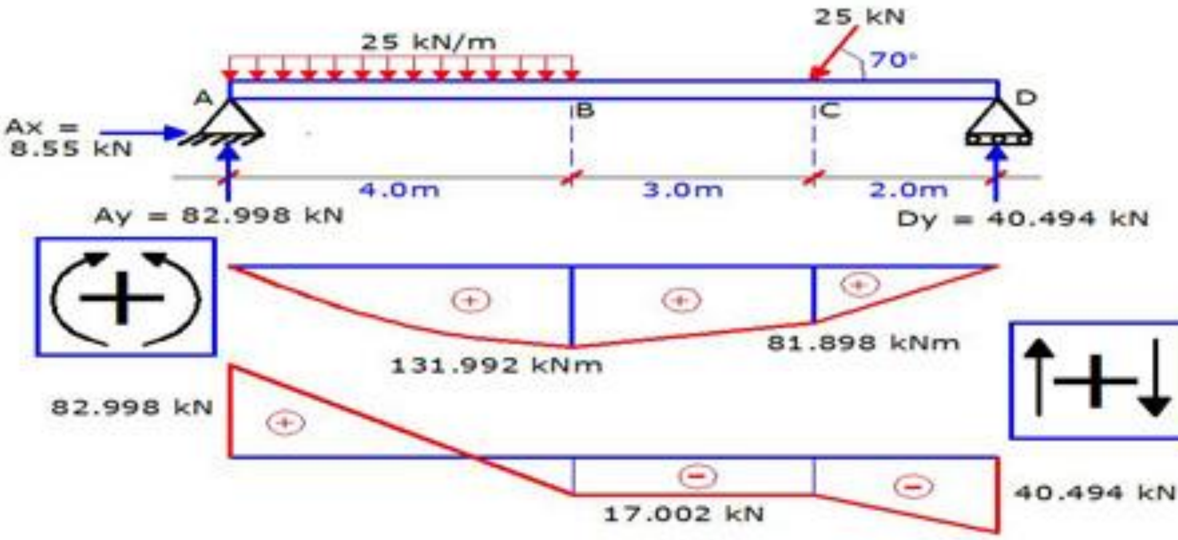
حل تشریحی سوالات تحلیل سازه و مقاومت مصالح، دکتری ۹۹



نویسنده: تیام شیرزادی

عمران

معماری

ناشر:
www.civil808.com

تابستان ۱۳۹۹

سوال ۱، گزینه ۱ صحیح است.

تنش برشی جدار نازک بسته :

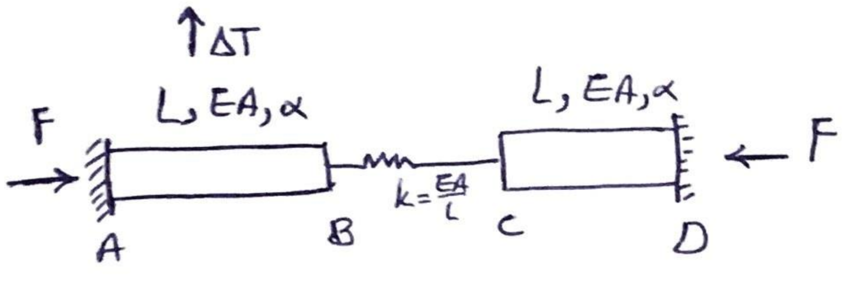
$$\tau = \frac{T\cdot R}{J} = \frac{T\cdot R}{2\pi R^3\cdot e} = \frac{T}{2\pi R^2 e}$$

آهنگ دوران :

$$\varphi = \frac{TL}{GJ} \to \frac{\varphi}{L} = \underbrace{\frac{T}{GJ}}_{\text{ثابت در طول تیر}} \Rightarrow \frac{d\varphi}{dx} = \frac{T}{2\pi G R^3 e}$$

سوال ۲، گزینه ۳ صحیح است.

در اثر افزایش حرارت به دلیل نامعین بودن سیستم یک نیروی فشاری در مجموعه ایجاد می‌شود، داریم :



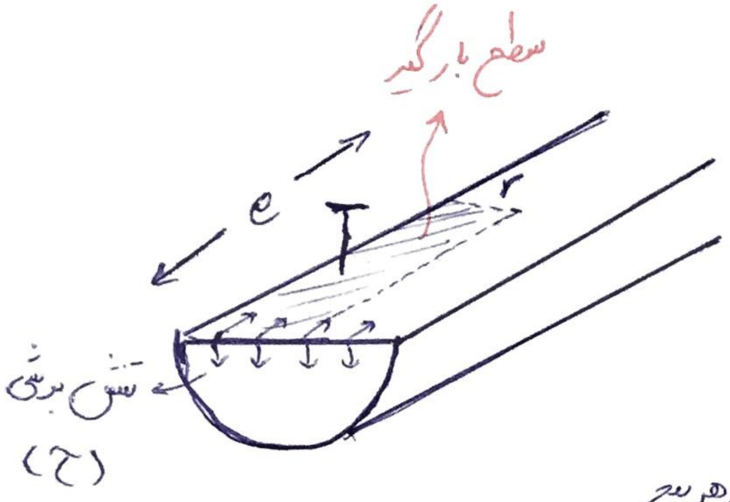
سازگاری جبری :

$$\delta_{A/D} = 0 \to \delta_{A/B} + \delta_{B/C} + \delta_{C/D} = 0$$

$$\left(\alpha\Delta T L - \frac{FL}{EA}\right) + \left(-\frac{FL}{EA}\right) + \left(-\frac{FL}{EA}\right) = 0 \Rightarrow \frac{3FL}{EA} = \alpha\Delta T L$$

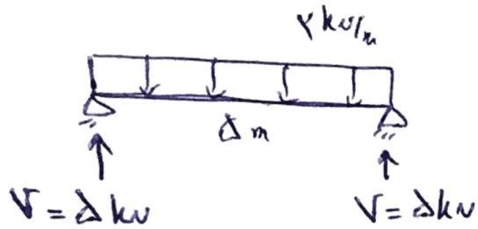
$$\Rightarrow F = \frac{1}{3}EA\cdot\alpha\Delta T \xrightarrow{\text{جاگذاری}} F = \frac{10}{3}\alpha EA \quad (\text{فشاری})$$

سوال ۳» گزینه ی ؟ صحیح است .



سطح بارگیر هر پیچ : $A_{\text{هاشور}} = er$

نیروی برشی وارد بر هر پیچ : $\tau \times A = \tau e r$



τ_{max} در سطح دایره ای : $\frac{4}{3}\frac{V}{A_{\text{سطح}}} = \frac{4}{3}\cdot\frac{V}{\pi\;{}^{2}}$

نیروی برشی وارد بر هر پیچ : $\underbrace{\frac{4}{3}\frac{2}{\pi r^{2}}}_{\tau_{max}} \times \underbrace{er}_{\text{سطح بارگیر}} \leqslant F_{all}$ [نیروی مجاز پیچ] =

$$\Rightarrow \frac{4}{3}\frac{Ve}{\pi r} \leqslant \tau_{all}\times A_{bolt} \Rightarrow \frac{4Ve}{3\pi r} \leqslant \tau_{all}\times\frac{\pi}{4}d_b^{2}$$

$$\Rightarrow e \leqslant \tau_{all}\cdot\frac{\pi}{4}d_b^{2}\times\frac{3\pi r}{4V} \Rightarrow e \leqslant \frac{3}{16}\tau_{all}\cdot\frac{r d_b^{2}}{V}\cdot\pi^{2}$$

$$\Rightarrow e \leqslant \frac{3}{16}\times\left(50\times10^{6}\left[\frac{N}{mm^{2}}\right]\right)\times\frac{r\times10^{2}}{5000}\times\pi^{2}$$

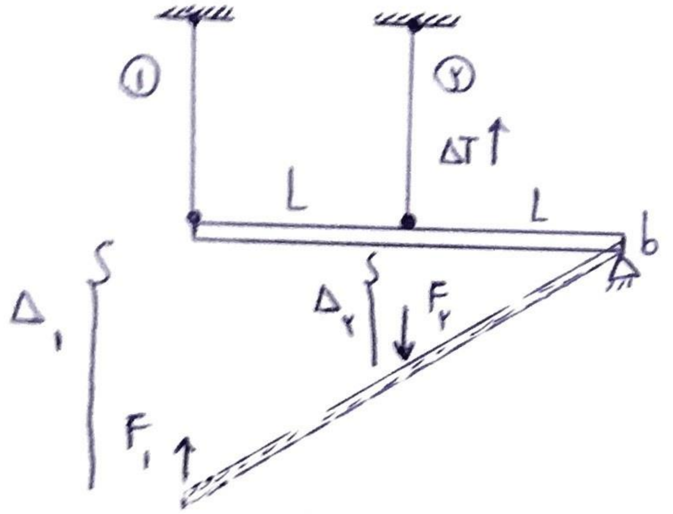
$$\Rightarrow \boxed{e \leqslant \frac{32\pi^{2}}{80000}\ (mm)} \longrightarrow$$ در گزینه ها نیست

سوال ۴، گزینه‌ی ۴ صحیح است.

تیر طره‌ی قسمت بالا به دلیل صلب بودن و گیر دار بودن نقش تکیه گاه را برای ۲ میله ایفا می‌کند:

اعمال Δ به میله‌ها و نوشتن سازگاری هندسی: $(\Delta_1 = 2\Delta_2)$

چون تک میله را گرم کرده‌ام نیروی ایجاد شده در میله‌ی ۲ فشاری می‌باشد:



$$\sum M_b = 0 \rightarrow F_2 L = F_1 (2L)$$

$$\Rightarrow F_2 = 2 F_1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_2 = \text{فشاری} \\ F_1 = \text{کششی} \end{cases}$$

رابطه‌ی سازگاری هندسی:

$$\Delta_1 = 2\Delta_2 \Rightarrow \frac{F_1 L}{EA} = 2\left(\alpha \Delta T L - \frac{F_2 L}{EA}\right) \xrightarrow{F_2 = 2F_1}$$

$$\Rightarrow \frac{F_1 L}{EA} = 2\alpha \Delta T L - \frac{2(2F_1)L}{EA} \Rightarrow \frac{5 F_1 L}{EA} = 2\alpha \Delta T L$$

$$\Longrightarrow F_1 = \frac{2}{5}\alpha \Delta T EA \quad (\text{کششی})$$

سوال ۵» گزینه‌ی ۲ صحیح است.

چون در صورت سوال مقدار σ_x در «لحظه‌ی بسته شدن شکاف فوقانی» را خواسته انگار که صفحه‌ی فوقانی برخوردی با تکیه‌گاه نداشته هنوز به عبارتی می‌توان گفت $\sigma_y = 0$ است پس [دقت شود صفحه در راستای افق برخورد کرده و ایستاده]

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu \cancel{\sigma_y}^{\,0}) + \alpha \Delta T = 0 \Rightarrow \boxed{\underbrace{\sigma_x = -E\alpha\Delta T}_{\alpha\Delta T = -\frac{\sigma_x}{E}}} \quad \text{I}$$

حال داریم:

$$\begin{cases} \epsilon_y = \frac{1}{E}(\cancel{\sigma_y}^{\,0} - \nu \sigma_x) + \alpha\Delta T \quad \text{II} \\ \epsilon_y = \frac{\text{تغییر طول رخ داده}}{\text{طول اولیه}} = \frac{\delta - \delta(\frac{b}{a})}{b} \quad \text{III} \end{cases}$$

دقت شود تماما بسته نشده در راستای y

در نهایت داریم:

$$\text{طبق II و I}: \sigma_x = \frac{-E \cdot \epsilon_y}{1+\nu} \xrightarrow{\text{طبق III}} \sigma_x = -\frac{E}{1+\nu}\left[\frac{\delta - \delta(\frac{b}{a})}{b}\right]$$

$$\Longrightarrow \sigma_x = -\frac{E}{1+\nu}\,\delta\left(\frac{a-b}{ab}\right)$$

سوال ۶» گزینه ۱ صحیح است.

معیار ترسکا (Tresca) بیان می‌کند که هرگاه در نقطه‌ای، تنش برشی حداکثر از نصف تنش تسلیم بیشتر شود، قطعه تسلیم می‌شود و اگر تنش برشی حداکثر از نصف تنش گسیختگی بیشتر شود، ماده گسیخته می‌شود.

معیار فون میسز که براساس نظریه‌ی تنش برشی هشت وجهی «Octahedral shear stress» بنا شده است تسلیم شدن و گسیختگی یک ماده را براساس تعریف یک تنش معادل می‌سنجد که این تنش معادل شامل تنش‌های برشی و عمودی یک ماده است.

مقایسه:

الف» معیار فون میسز از دقت بالاتری برخوردار است.

ب» معیار ترسکا محافظه کارانه‌تر است.

ج» حداکثر اختلاف این ۲ معیار ۱۵٪ است

سوال ۷، گزینه‌ی ۱ صحیح است.

برای حل این سوال از روش تیر معادل استفاده می‌کنیم و برای تیرهای یک سر بسته [طره] مقدار زاویه‌ی پیچش انتهای تیر برابر لنگر در تکیه‌گاه تقسیم بر GJ می‌باشد:

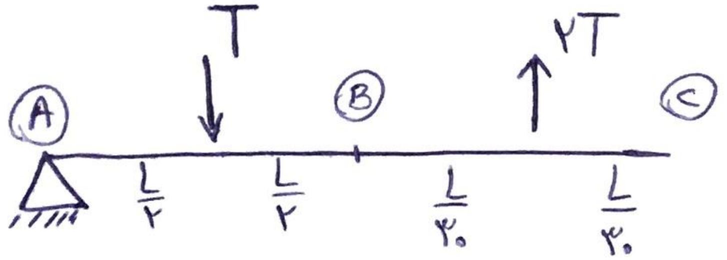
$$k_{AB} = \frac{GJ_0}{L}$$

L → طول تیر معادل AB

$$k_{BC} = \frac{۱۵ GJ_0}{L} = \frac{GJ_0}{L/۱۵}$$

$L/۱۵$ → طول تیر معادل BC

حال داریم:



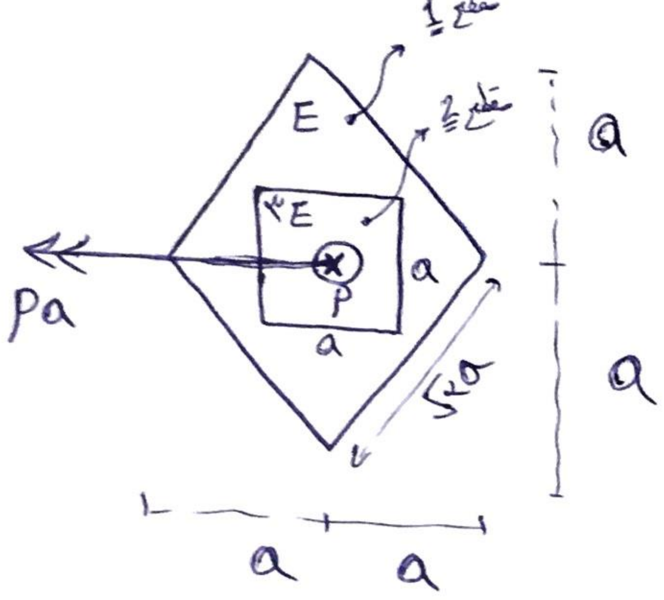
$$\Longrightarrow M_A = ۲T\left(\frac{L}{۳۰} + \frac{L}{۲} + \frac{L}{۲}\right) - T\left(\frac{L}{۲}\right) = \frac{۴۷TL}{۳۰}$$

$$\Rightarrow \varphi_C = \frac{M_A}{GJ_0} \Rightarrow \varphi_C = \frac{۴۷\,TL}{۳۰\,GJ_0}$$

۸- گزینه‌ی ۴ صحیح است.

ابتدا بار P را به مرکز سطح مقطع منتقل می‌کنیم که باعث ایجاد لنگر در مقطع نیز

می‌شود:



مساحت مقطع 2: a^2

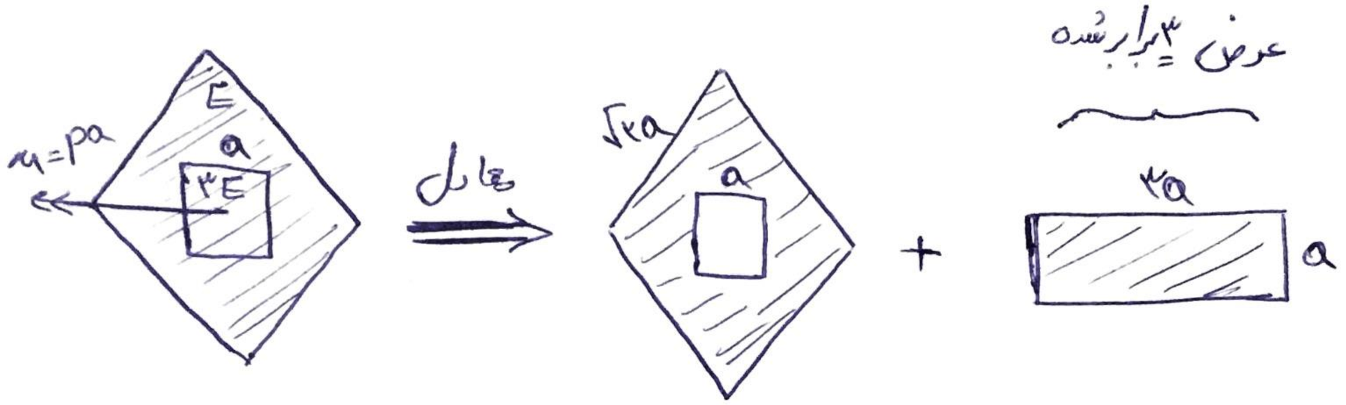
مساحت مقطع 1: $(\sqrt{2}a)^2 - a^2 = a^2$

ابتدا تنش ناشی از نیروی فشاری P را بدست می‌آوریم. دقت شود که دو جنس در مقطع با هم عملکرد موازی دارند و نیروی محوری که به هر کدام می‌رسد متناسب با سختی محوری تقسیم می‌شود:

$$P_2 = \frac{\frac{3Ea^2}{L}}{\frac{3Ea^2}{L} + \frac{Ea^2}{L}} \times P = \frac{3}{4}P \implies P_1 = P - \frac{3}{4}P = \frac{P}{4}$$

$\Rightarrow \begin{cases} \text{تنش حداکثر فشاری مقطع 2}: \dfrac{3P/4}{a^2} = \dfrac{3P}{4a^2} \\ \\ \text{تنش حداکثر فشاری مقطع 1}: \dfrac{P/4}{a^2} = \dfrac{P}{4a^2} \end{cases}$

حال لنگر خمشی را بررسی می کنیم. مقطع ناهمجنس است و در ابتدا آن را معادل می کنیم:



$$\Rightarrow I_{eq} = \frac{1}{12}\left[(\sqrt{2}a)^4 - a^4\right] + \frac{1}{12}(3a)a^3 = \frac{a^4}{2}$$

$\Rightarrow$

تنش فشاری حداکثر در جنس ۲: $\frac{Mc}{I_{eq}}\times n = \frac{(Pa)\times\frac{a}{2}}{a^4/2}\times 3 = \frac{3P}{a^2}$

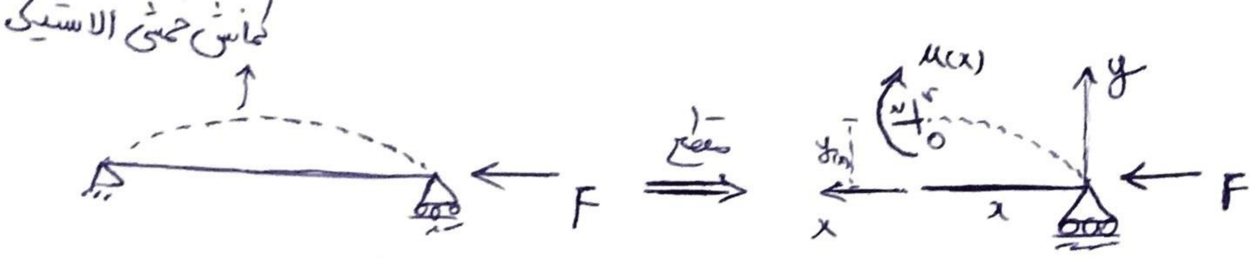
تنش فشاری حداکثر در جنس ۱: $\frac{Mc}{I_{eq}} = \frac{Pa\times a}{a^4/2} = \frac{2P}{a^2}$

پس تنش حداکثر در جنس ۲ رخ می دهد و با الزام superposition داریم:

$$\sigma_{max_c} = \underbrace{\left(\frac{3P}{4a^2}\right)}_{\text{ناشی از بار محوری}} + \underbrace{\left(\frac{3P}{a^2}\right)}_{\text{ناشی از لنگر}} = \boxed{\frac{15}{4}\frac{P}{a^2}}$$

سوال ۹ ،، گزینه ی ۲ صحیح است .

در صورتی که نیروی F بار کمانشی تیر زیر باشد، داریم :



$$\Sigma M_o = 0 \rightarrow Fy + M(x) = 0$$

بر اساس روابط تغییر شکل هم می دانیم که $M(x) = EIy''_{(x)}$ است پس :

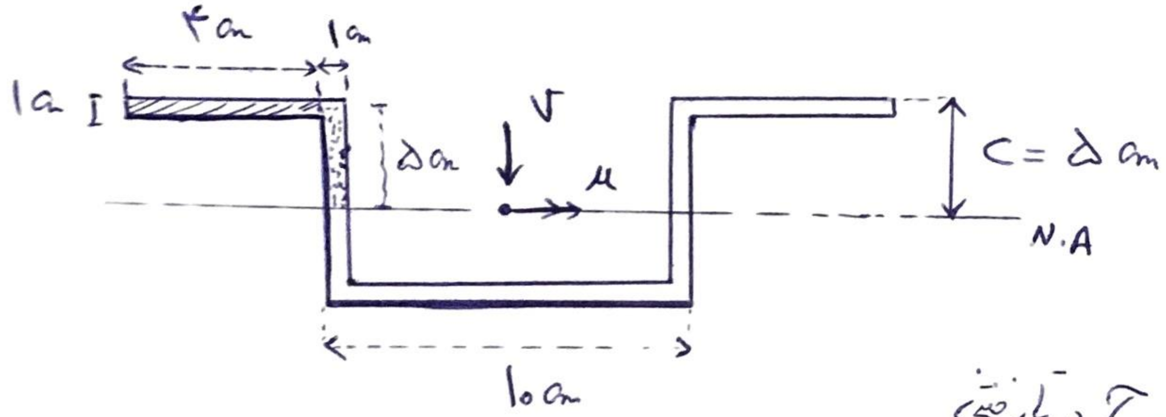
$$Fy_{(x)} + EIy''_{(x)} = 0 \implies EIy''_{(x)} = -Fy_{(x)}$$

سوال «۱۰»، گزینه ۴ صحیح است.

در این سوال با توجه به شکل مقطع مد نظر طراح این بوده که تار خنثی از وسط مقطع عبور کند یعنی ۵cm تا دورترین تارهای فشاری و کششی ولی با توجه به اینکه مساحت بال های فوقانی و تحتانی یکسان نیست این اتفاق رخ نمی دهد

[دقت شود عرض بال پایین ۱۰cm ولی عرض تار بالا به دلیل اضافه شدن ۲ صفحه ۱cm برابر ۱۲ = (۵+۱)×۲ می باشد]. حال با فرض وسط بودن تار خنثی داریم:

$\boxed{t = 1cm}$



در مقطع جدار نازک τ_{max} در تار خنثی رخ می دهد:

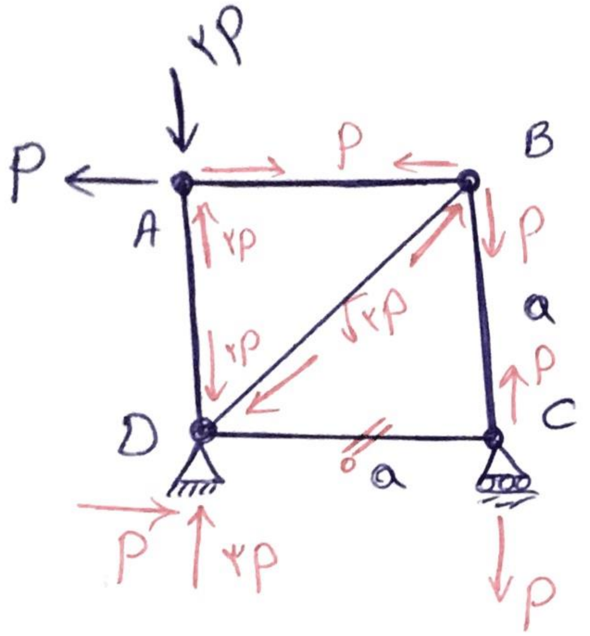
$$\frac{\sigma_{max}}{\tau_{max}} = \frac{\frac{MC}{I}}{\frac{VQ}{It}} = \frac{Ct}{Q}\cdot\frac{M}{V} \xrightarrow{t=1} \frac{\overset{5cm}{\overset{\uparrow}{C}}}{Q}\cdot\frac{M}{V}$$

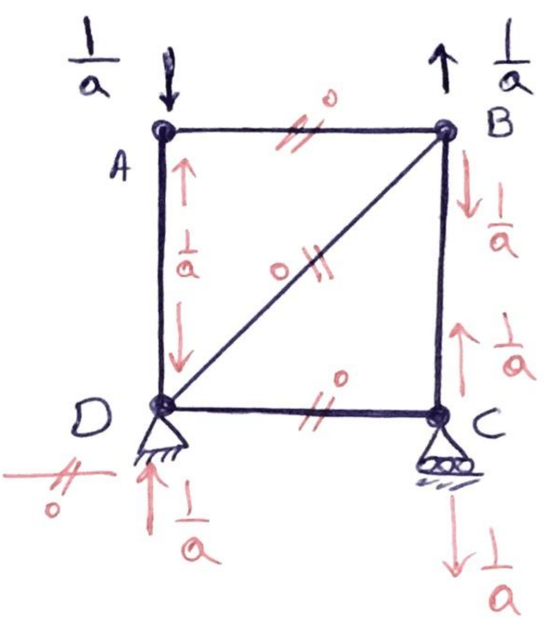
$$Q = \sum A_i d_i = [4\times1\times4.5] + [5\times1\times2.5] = \frac{61}{2}$$

$$\Longrightarrow \frac{\sigma_{max}}{\tau_{max}} = \frac{5}{\frac{61}{2}}\cdot\frac{M}{V} = \frac{10}{61}\,\frac{M}{V}$$

سوال ۱۱» گزینه‌ی ۴ صحیح است.

مطابق با روش کار مجازی یک دوران واحد در المان AB در سازه‌ی مجازی اعمال می‌کنیم:





$$\theta_{AB} = \sum \left(\frac{N n L}{EA}\right)_i$$

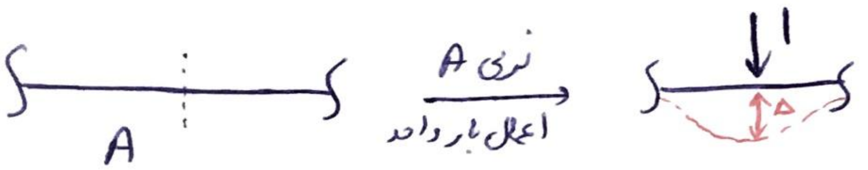
→ کافیست دو عضو BC و AD را در هم ضرب کنیم که نیروهای آن‌ها در ۲ سازه هم علامت است.

$$\Longrightarrow \theta_{AB} = \frac{1}{EA}\left[\left(\frac{1}{a}\right)(P)\times a + \left(\frac{1}{a}\right)(2P)(a)\right]$$

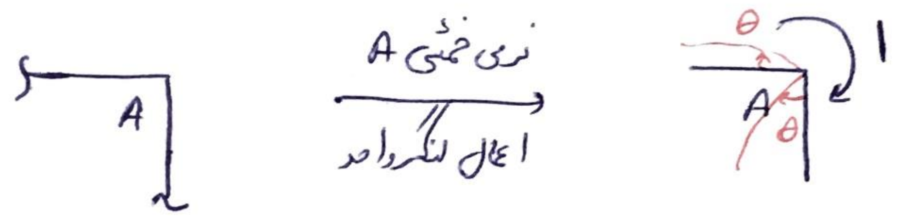
$$\Longrightarrow \theta_{AB} = \frac{3P}{EA}$$ (پادساعتگرد)

سوال ۱۲» گزینه‌ی ۳ صحیح است

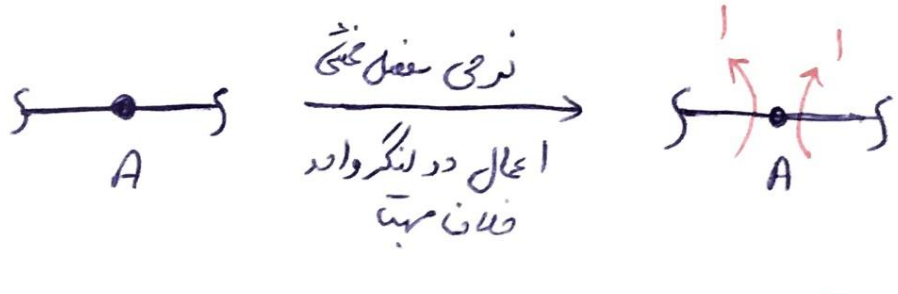
به طور کل برای بدست آوردن نرمی هر قسمت از سازه بسته به نوع عملکرد آن از روابط زیر استفاده می کنیم به این صورت که با اعمال یک تلاش واحد مقدار جابه جایی یا دوران را بدست آورده و با عکس کردن آن نرمی را می یابیم. برای مثال:



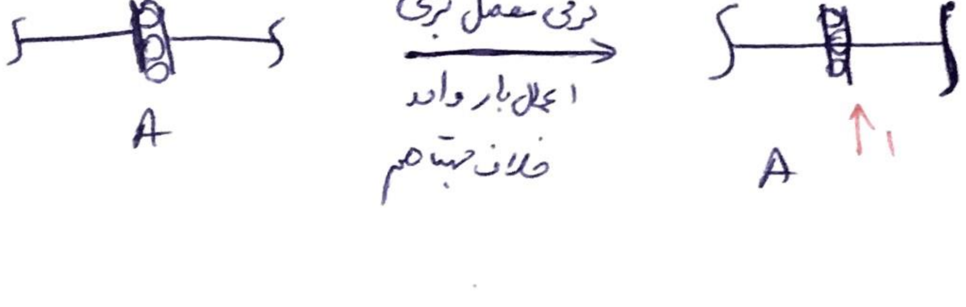
$$f_{(\text{نرمی})} = \Delta_A$$



$$f_{(\text{نرمی})} = \theta_A$$

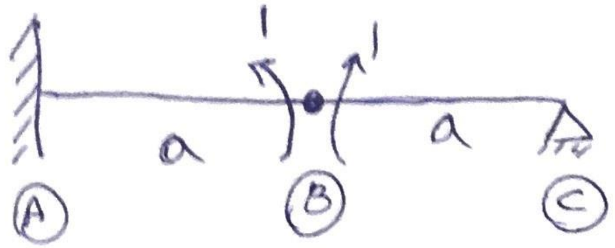


$$f_{(\text{نرمی})} = \Delta\theta_A$$

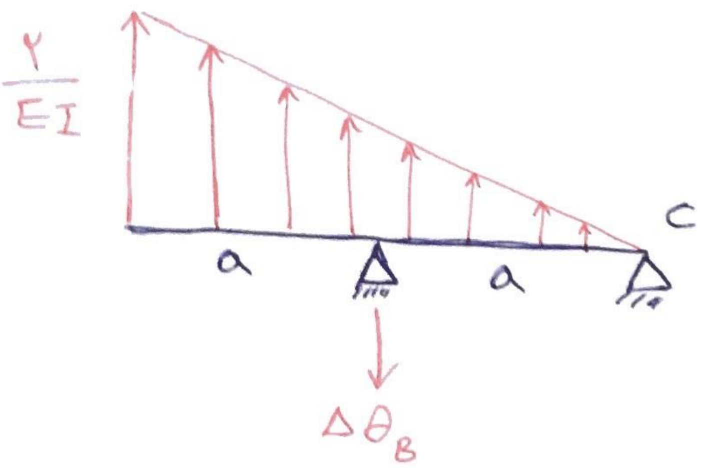


$$f_{(\text{نرمی})} = \Delta\delta_A$$

حال در این سوال داریم :



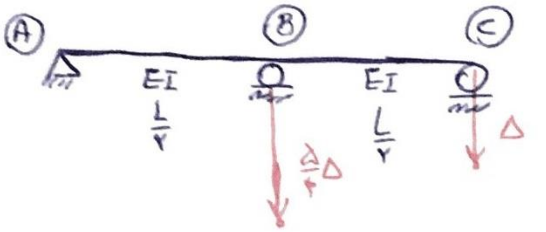
کافیست ΔΘ در B را بیابیم [مطابق تیر مزدوج] :

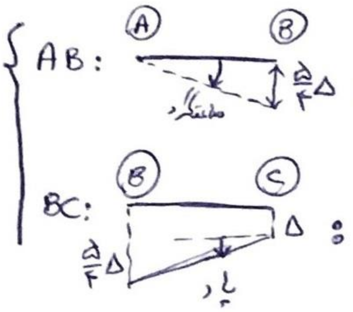


$$\Sigma M_c = 0 \longrightarrow (\Delta\theta_B)\, a = \frac{2}{EI} \times \frac{2a}{2} \times \left(\frac{2}{3} a\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta\theta_B = \frac{4a}{3EI}} \longrightarrow$$ گزینه ۳

سوال ۱۳، گزینه‌ی ۲ صحیح است.





$AB: \; \Delta_{A/B} = +\frac{5}{4}\Delta$

$BC: \; \Delta_{B/C} = -\frac{\Delta}{4}$

مطابق با شیب افت داریم:

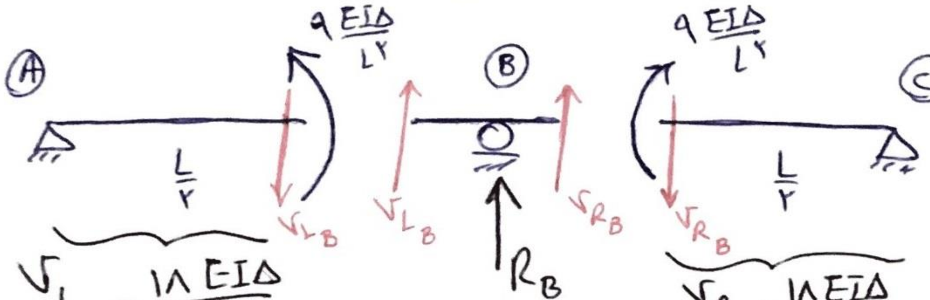
$$M_{BA}+M_{BC}=0 \Longrightarrow \frac{3EI}{L/2}\left(\theta_B-\frac{\frac{5}{4}\Delta}{L/2}\right)+\frac{3EI}{L/2}\left(\theta_B+\frac{\Delta/4}{L/2}\right)=0$$

$$\Longrightarrow 2\theta_B-\frac{5}{2}\frac{\Delta}{L}+\frac{\Delta}{2L}=0 \Longrightarrow \theta_B=\frac{\Delta}{L}$$

$$M_{BA}=\frac{6EI}{L}\left(\theta_B-\frac{5\Delta}{2L}\right)=\frac{6EI}{L}\left(\frac{\Delta}{L}-\frac{5\Delta}{2L}\right)=-\frac{9EI\Delta}{L^2}$$

یعنی پادساعتگرد

$$\Longrightarrow M_{BC}=-M_{BA}=\frac{9EI\Delta}{L^2}$$

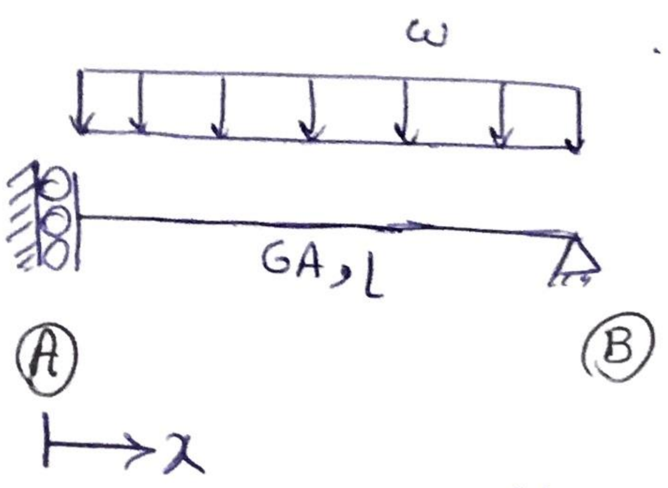


$V_{L_B}=\frac{18EI\Delta}{L^3}$

$V_{R_B}=\frac{18EI\Delta}{L^3}$

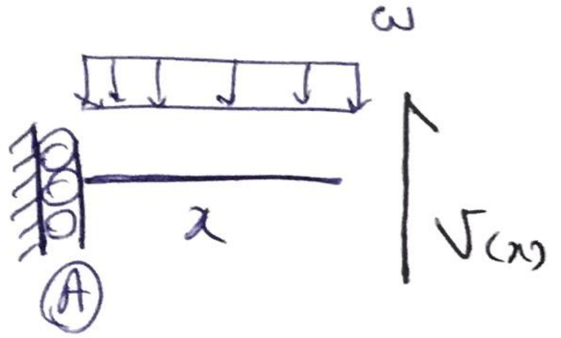
$$R_B=V_{L_B}+V_{R_B} \Longrightarrow R_B=\frac{36EI\Delta}{L^3}$$

سوال ۱۴، گزینه‌ی ۳ صحیح است.



در فاصله‌ی x از A مقطع می‌زنیم:

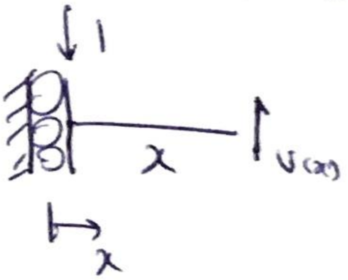
مقطع :



$$\Rightarrow \sum F_y = 0 \rightarrow V(x) = \omega x$$

اعمال بار واحد در نقطه‌ی A :

$\xrightarrow{\text{مقطع}}$

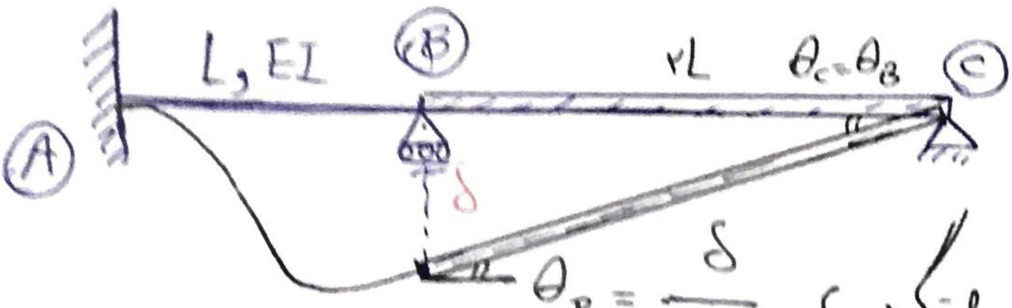


$$\Rightarrow v(x) = 1$$

$$\Longrightarrow \Delta_{v_A} = \int_0^L \frac{\alpha_s V(x) \cdot v(x)}{GA}$$

$$\Longrightarrow \Delta_{v_A} = \int_0^L \frac{(1) \times \omega x \times (1)}{GA} = \frac{\omega L^2}{2GA}$$

سوال ۸۵، گزینه ۱ صحیح است.



$\theta_B = \dfrac{\delta}{2L}$ (یادداشت گردد)

$\delta_{A/B} = (+)\,\delta$

یادداشت گردد

مطابق با شیب افت:

$$M_A = M_{AB} = \frac{2EI}{L}\left(2\theta_A^{\,\to 0} + \underbrace{\theta_B}_{\left(-\frac{\delta}{2L}\right)} - \frac{3\delta_{A/B}^{\,\to +\delta}}{L}\right) + FEM_{AB}^{\,\to 0}$$

$$\Longrightarrow M_A = \frac{2EI}{L}\left[-\frac{\delta}{2L} - \frac{3\delta}{L}\right]$$

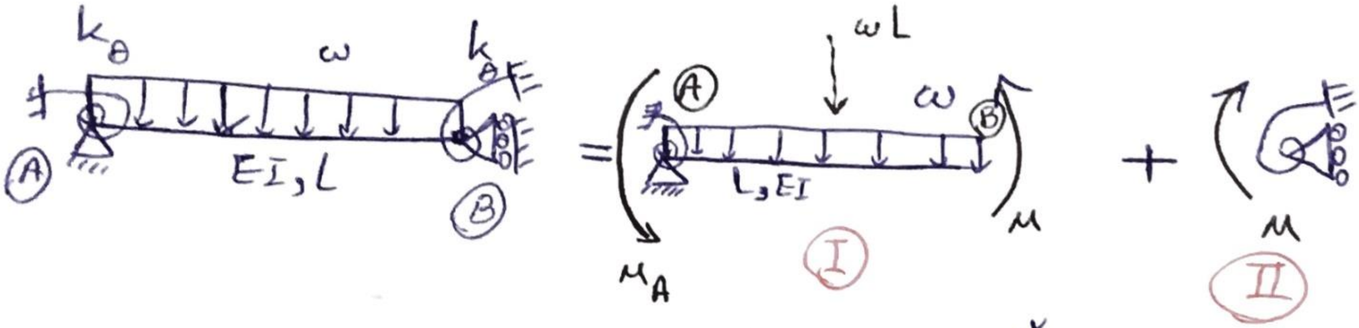
$$\Longrightarrow M_A = -\frac{7EI\delta}{L^2}$$ (یادداشت گردد)

عامل لنگر منفی قرار داد

استاتیک در تکیه‌گاه A:

سوال ۱۲ ← گزینه ی ۱ صحیح است.

برای درک بهتر سوال آن را به صورت افقی حل می کنیم:



$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow M_A = -M + \frac{\omega L^2}{2}$$

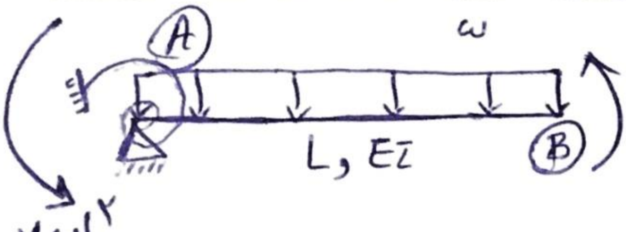
$\boxed{@phd\_omran}$

سازگاری: $\theta_I = \theta_{II}$ پس:

$$\theta_I = \frac{-ML}{EI} + \frac{\omega L^3}{6EI} + \frac{M_A}{k} = \frac{-ML}{EI} + \frac{\omega L^3}{6EI} + \frac{-M + \omega L^2/2}{k_\theta} \xrightarrow{k_\theta = \frac{2EI}{L}}$$

$$\Rightarrow \theta_I = \frac{-ML}{EI} + \frac{\omega L^3}{6EI} + \frac{-ML}{2EI} + \frac{\omega L^3}{4EI} \Bigg\} \rightarrow \frac{5}{12}\frac{\omega L^3}{EI} = \frac{2ML}{EI} \Rightarrow M = \frac{5\omega L^2}{24}$$

$$\theta_{II} = \frac{M}{k_\theta} = \frac{ML}{2EI}$$



$M_A = \frac{7\omega L^2}{24}$

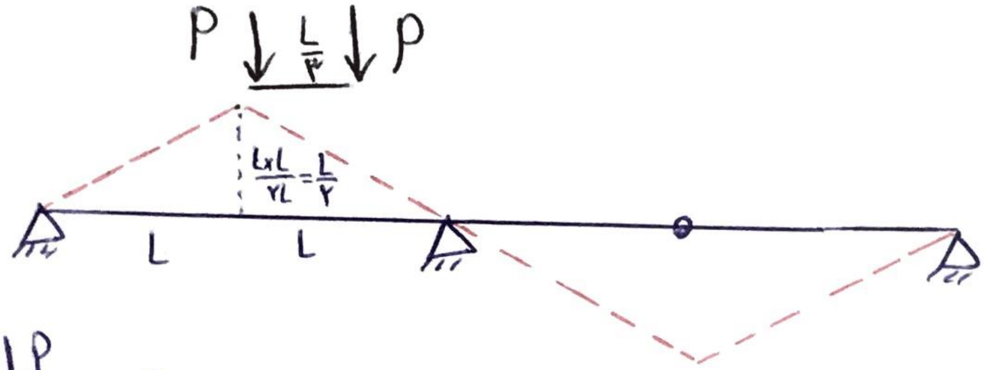
پس: $\frac{5}{24}\omega L^2 = M_B$

$$\Rightarrow \delta_B = \frac{\omega L^4}{8EI} + \theta_A \cdot L - \frac{M_B L^2}{2EI} = \frac{\omega L^4}{8EI} + \frac{\frac{7\omega L^2}{24}}{\frac{2EI}{L}} \cdot L - \frac{5\omega L^4}{48EI}$$

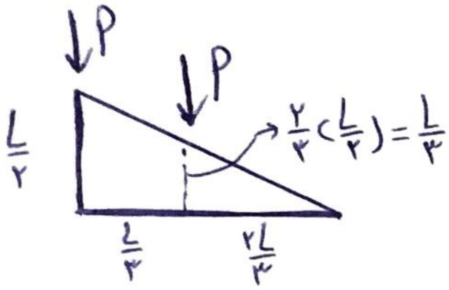
$$\Rightarrow \delta_B = \frac{\omega L^4}{EI}\left(\frac{1}{8} + \frac{7}{48} - \frac{5}{48}\right) = \frac{\omega L^4}{6EI}$$

سوال ۱۷، گزینه‌ی ۴ صحیح است.

ابتدا نمودار خط تأثیر لنگر E را رسم می‌کنیم و بعد بار را قرار می‌دهیم:

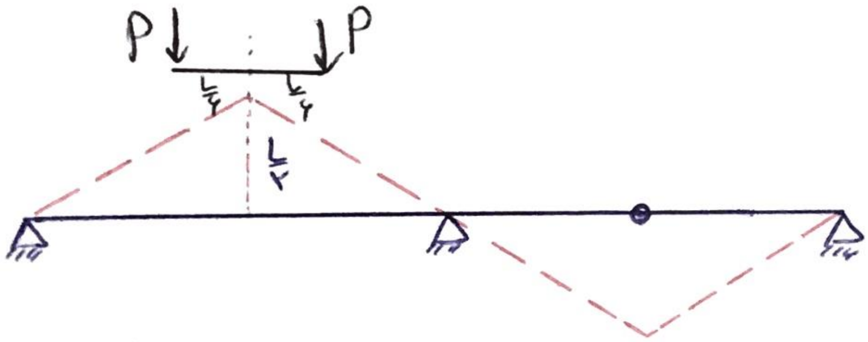


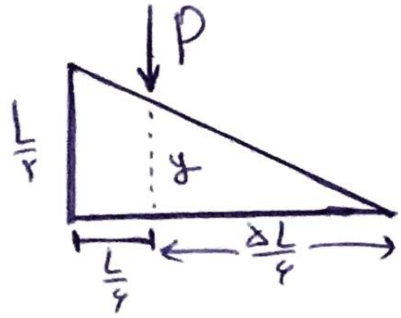
حالت اول:



$$\Rightarrow M_E = P\left(\frac{L}{2}\right) + P\left(\frac{L}{3}\right) = \boxed{\frac{5}{6}PL}$$

حالت دوم:





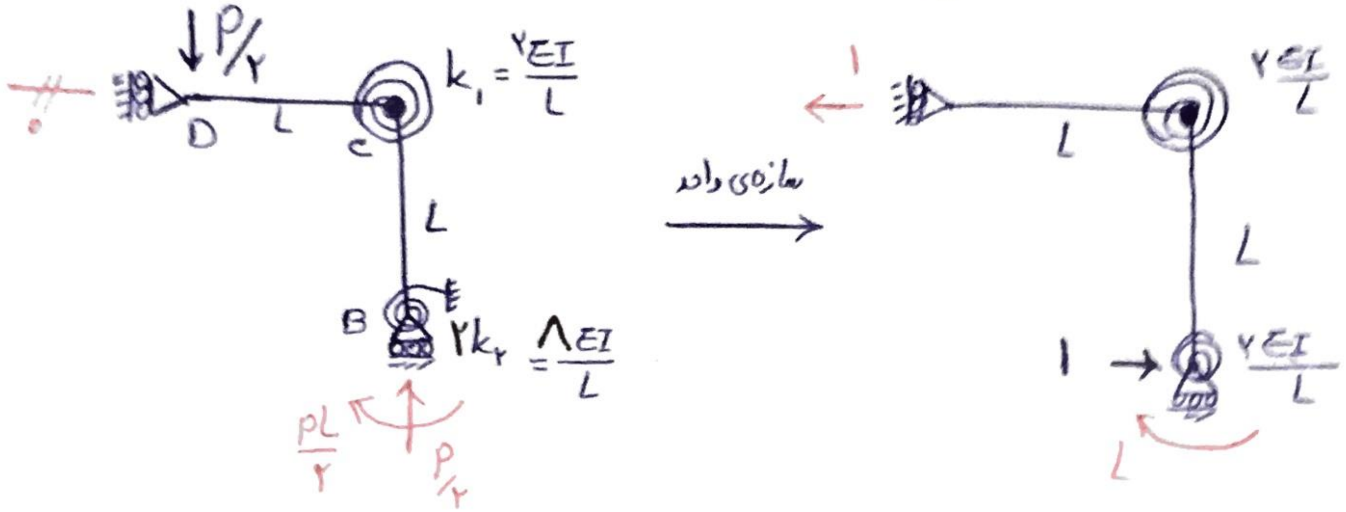
$$\frac{y}{L/2} = \frac{5L/6}{L} \Rightarrow y = \frac{5L}{12}$$

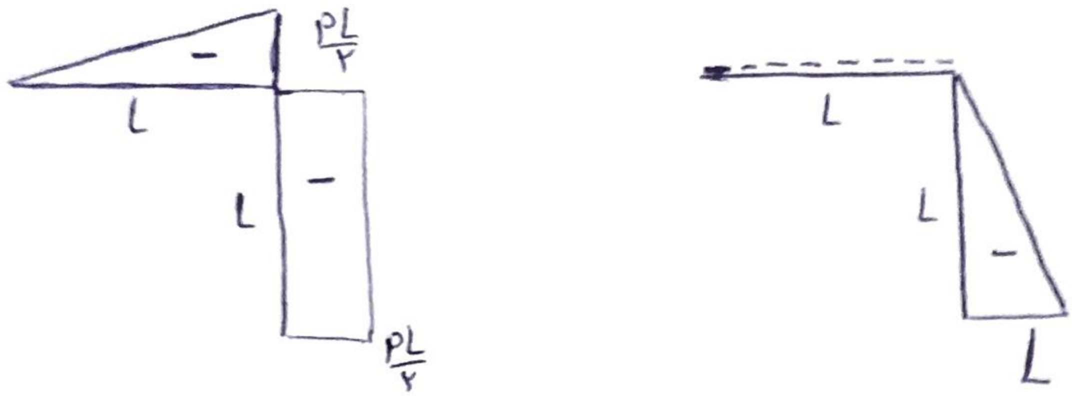
$$\Rightarrow M_E = 2\left[P \times \frac{5L}{6}\right] = \boxed{\frac{5}{6}PL}$$

پس لنگر حداکثر E برابر $\frac{5PL}{6}$ می‌باشد.

سوال ۱۸، گزینه ی ۳ صحیح است.

سازه را نصف می کنیم [فنر دورانی را نصف کنیم سختی آن $\frac{1}{2}$ برابر می شود]





$$\Delta_{H_B} = \sum \int \frac{M.m.dx}{EI} + \sum \frac{M.m}{k_\theta}$$

$$\Rightarrow \Delta_{H_B} = \frac{1}{EI}\left(\frac{L^2}{2} \times \frac{PL}{2}\right) + \left(\frac{L \times \frac{PL}{2}}{\frac{8EI}{L}}\right) + 0 = \frac{PL^3}{EI}\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{16}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta_{H_B} = \frac{5}{16}\, PL^3/EI \Longrightarrow \Delta_{A/B} = 2\Delta_{H_B}$$

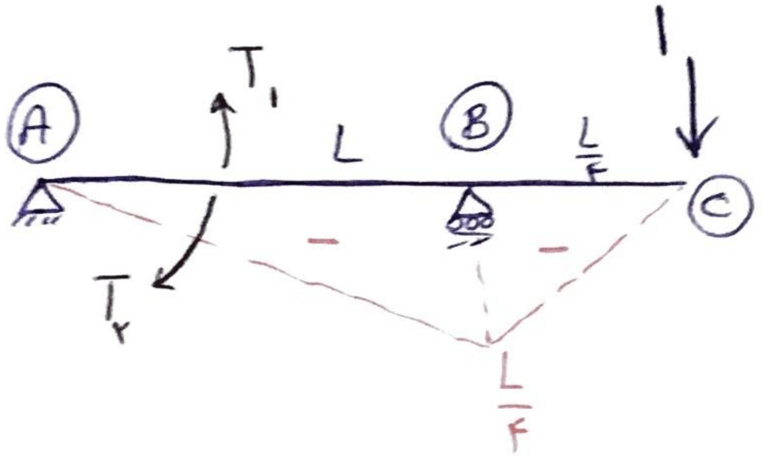
$$\Longrightarrow \Delta_{A/B} = \frac{5}{8}\, PL^3/EI$$

سوال ۱۹، گزینه‌ی ۱ صحیح است.

در صورتی که یک تیر را دمای بالا و پایین آن را تغییر دهیم داریم:

$$\Delta = \int_0^L m(x)\cdot\left[\frac{T_{\text{تار پایین}} - T_{\text{تار بالا}}}{h}\right]\cdot\alpha\cdot dx$$

در این سوال یک بار واحد عمودی در C اعمال می‌کنیم:



در کل طول تیر $m(x) =$ منفی است.

$$\Delta_{v_c} = \sum\int m(x)\cdot\left[\frac{T_2-T_1}{h}\right]\alpha\cdot dx = \frac{(T_2-T_1)\alpha}{h}\cdot\sum\int m(x)$$

$$\Rightarrow \Delta_{v_c} = \frac{(T_2-T_1)\alpha}{h}\times\left[-\left(L\times\frac{L}{4}\times\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{\frac{L}{4}\times\frac{L}{4}}{2}\right)\right]$$

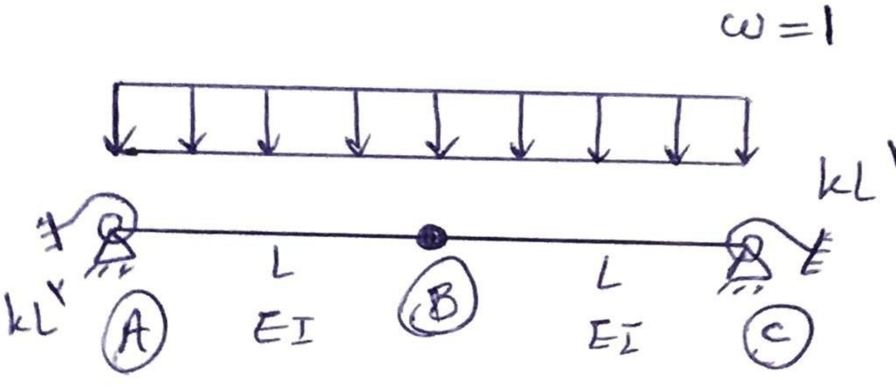
$$\Rightarrow \Delta_{v_c} = -\frac{5}{32h}\alpha L^2\underbrace{(T_2-T_1)}_{\text{مثبت}} \rightarrow$$

چون منفی شد پس خلاف بار واحد است و به سمت بالا می‌رود. [برخلاف گزینه‌ها می‌باشد]

سوال ۲۰، گزینه‌ی ۲ صحیح است.

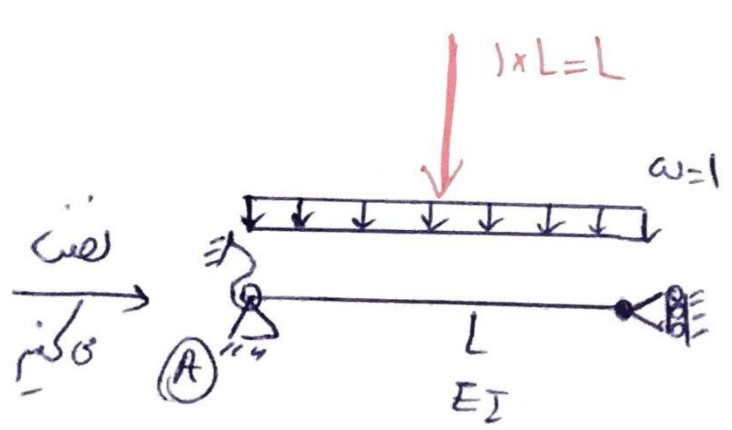
در صورتی که مساحت زیر نمودار خط تأثیر یک تیر ناشی تحت بار واحد عبوری را خواستند کافیست:

یک بار گسترده‌ی واحد [$\omega=1$] را روی کل تیر قرار دهیم و با بدست آوردن نیرو یا لنگر قسمت خواسته شده، مساحت زیر نمودار خط تأثیر را یابیم:



$\Longrightarrow$ مساحت زیر نمودار خط تأثیر لنگر A $= M_A$

پس داریم:



$$\Longrightarrow M_A = L\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{L^2}{2}$$