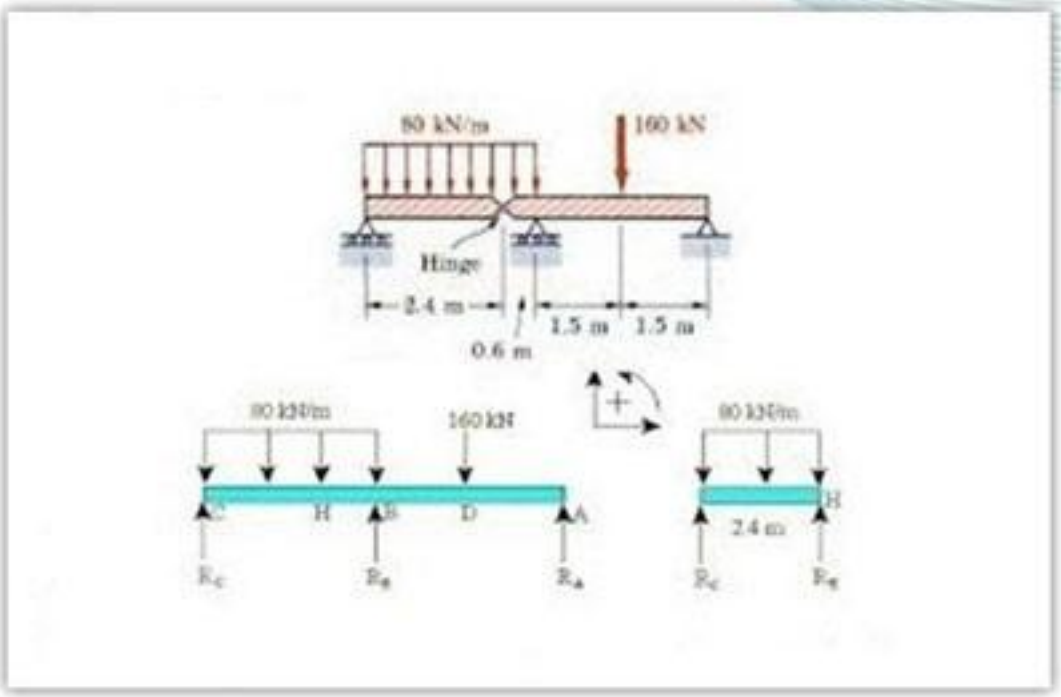
حل تشریحی سوالات تحلیل سازه و مقاومت مصالح، کارشناسی ارشد ۹۷



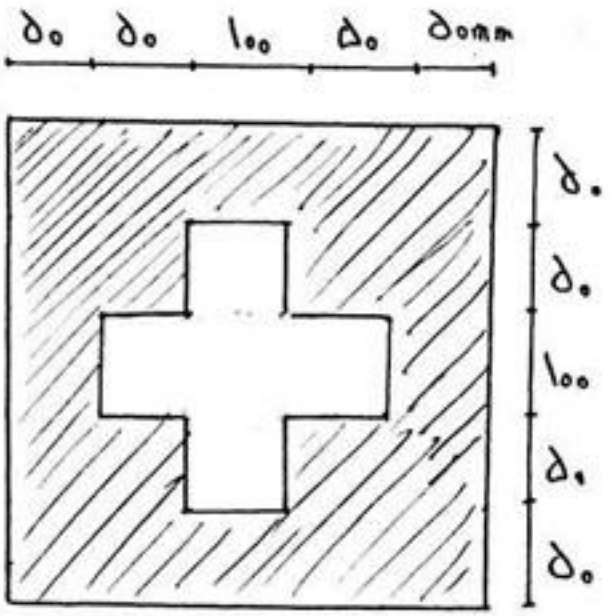
نویسنده: تیام شیرزادی

- [x] سازه
- [ ] معماری
- [ ] آب
- [ ] خاک
- [ ] راه

ناشر:
www.civil808.com

زمستان ۱۳۹۸

۱- به مقطع تیر مجوف مطابق شکل برش ۲۴۰kN وارد می‌شود. حداکثر تنش برشی بر حسب Mpa چقدر است؟



۱) ۱۶

۲) ۸

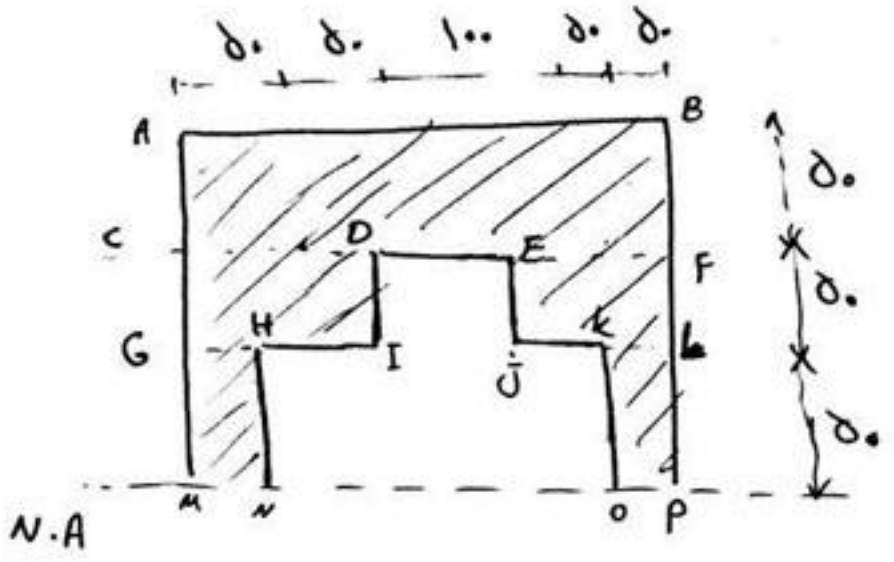
۳) ۱۱

۴) ۱۳

تنش برشی در مقاطع تحت برش خالص از رابطه‌ی $\tau = \frac{VQ}{Ib}$ بدست می‌آید که در این رابطه V و I ثابت بوده و برای حداکثر شدن τ باید مقدار $\frac{Q}{b}$ حداکثر شود. که ما می‌دانیم روی تار خنثی همواره Q حداکثر است و باید ما را کنترل کنیم.

در این سوال به دلیل اینکه روی تار خنثی مقدار b کمترین مقدار خود را دارد پس با قطعیت می‌توان گفت که $(\frac{Q}{b})$ حداکثر روی تار خنثی رخ می‌دهد حال داریم:

ادامه‌ی حل سوال ۱:



b = عرضی که قطع کرده‌ایم = ۵۰+۵۰ = ۱۰۰

$$Q = \Sigma Q_i = \Sigma A_i d_i$$

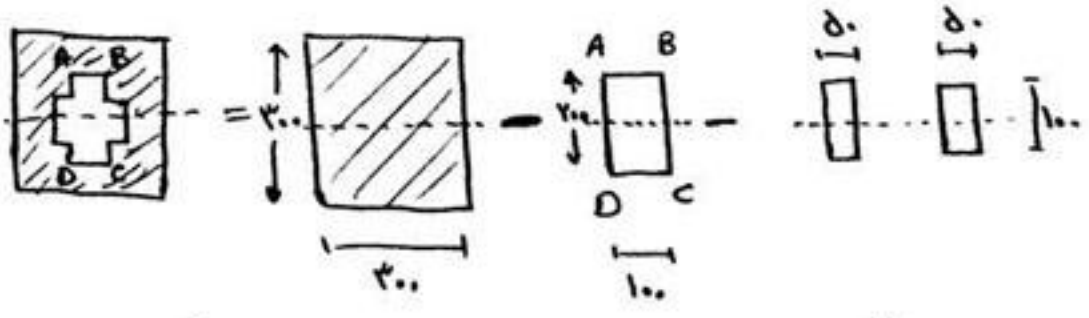
$$Q = Q_{ABFEDC} + Q_{CDIHG} + Q_{EFLkj} + Q_{kLOP} + Q_{GHMN}$$

(برابرند) (برابرند)

$$\Rightarrow Q = (۳۰۰ \times ۵۰)(۱۰۰ + ۲۵) + ۲\left[(۱۰۰ \times ۵۰)(۵۰ + ۲۵)\right] + ۲\left[۵۰ \times ۵۰ \times ۲۵\right]$$

$$\Rightarrow Q = ۲,۷۵۰,۰۰۰ \ (mm)^۳$$

حال محاسبه‌ی I:



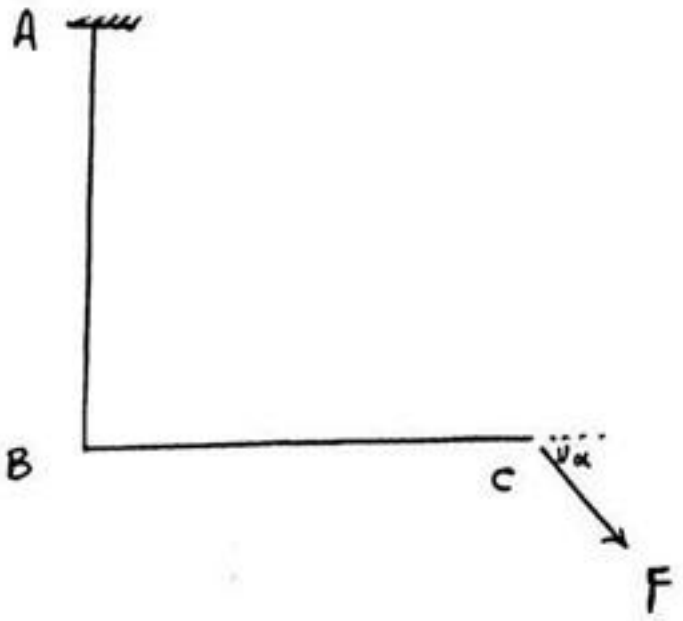
$$I = \frac{(۳۰۰)^۴}{۱۲} - \frac{۱۰۰(۲۰۰)^۳}{۱۲} - ۲\left(\frac{۵۰ \times ۱۰۰^۳}{۱۲}\right) = ۶ \times ۱۰^۸ \ (mm)^۴$$

$$\Rightarrow \tau_{max} = \frac{(۲۶۰ \times ۱۰^۳) \times ۲۷۵ \times ۱۰^۴}{۶ \times ۱۰^۸ \times ۱۰۰} = ۱۱ \ \frac{N}{(mm)^۲} = ۱۱ \ MPa$$

۲- در سیستم سازه‌ای ABC که طول و صلبیت خمشی دو قطعه با هم برابر است، اثر خمشی نیروی F تحت هر زاویه‌ای برحسب درجه با افق، فقط باعث تغییر مکان قائم در نقطه‌ی C خواهد شد؟

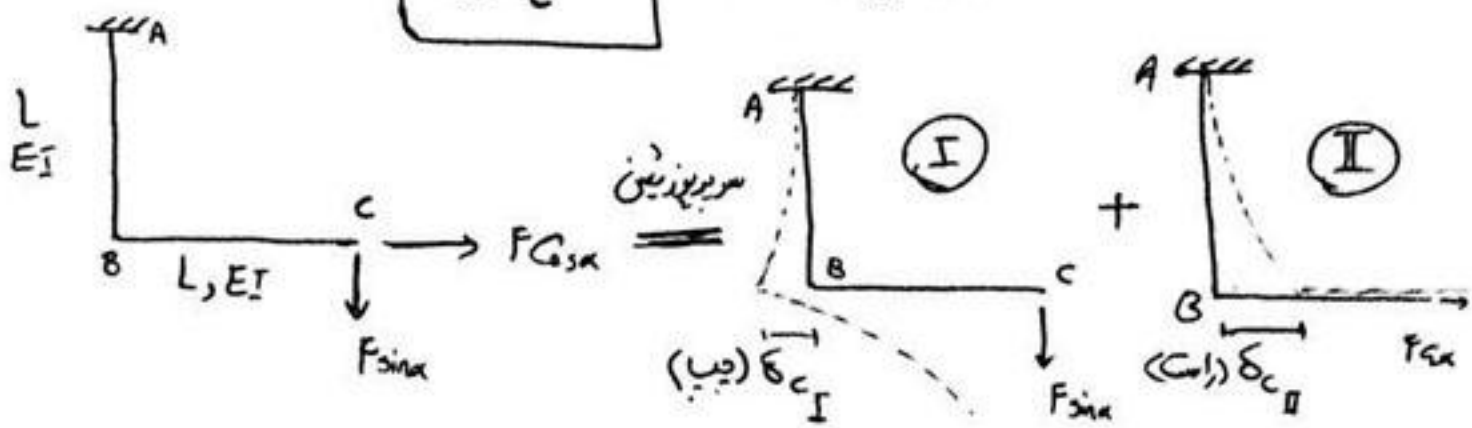
$\text{Arc tan}(\frac{۲}{۳}) = ۱$ ۲۵ = ۲

$\text{Arc tan}(\frac{۱}{۲}) = ٤$ ۳۰ ۷۳



حل: نیروی F را تجزیه می‌کنیم:

نقطه حرکت قائم ← $\delta_{\text{افقی}_C} = ۰$



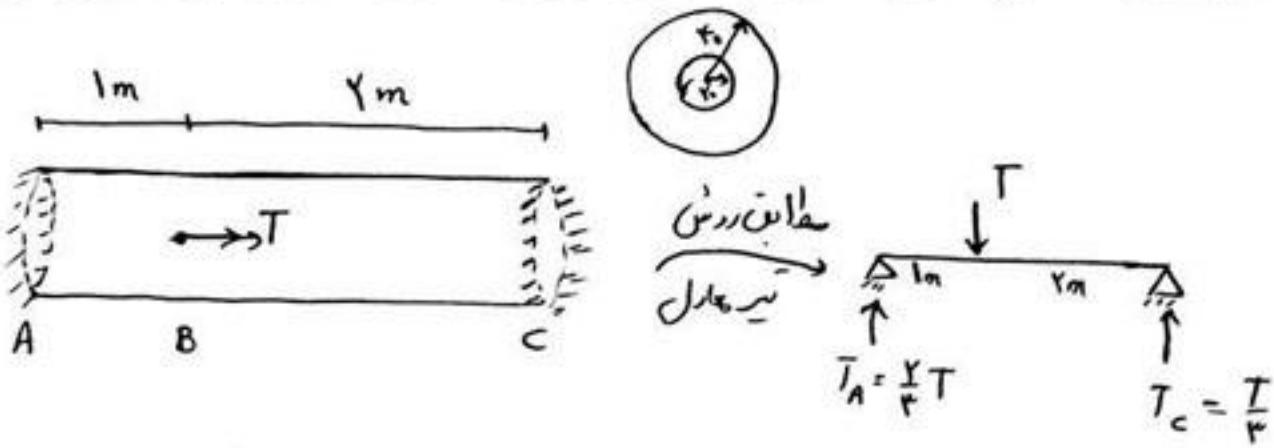
$$\delta_{C_I} = \text{AB نقطه‌ای از کمر دستون} = \frac{Ml^۲}{۲EI} = \frac{(F\sin\alpha L)L^۲}{۲EI}$$

$$\delta_{C_{II}} = \text{انتهای ستون AB در } F\cos\alpha \text{ ناشی از نیروی برشی} = \frac{PL^۳}{۳EI} = \frac{(F\cos\alpha)L^۳}{۳EI}$$

$$\left.\begin{array}{l}\delta_{C_I} = \delta_{C_{II}} \\ \Rightarrow \alpha = \text{Arc tan}\frac{۲}{۳}\end{array}\right\}$$

۳- میله‌ی دو سر گیردار با مقطع دایره‌ای توخالی با قطر خارجی ۸۰ و قطر داخلی ۴۰ میلی‌متر و به طول سه متر در فاصله‌ی یک سوم از تکیه‌گاه چپ تحت اثر لنگر پیچشی T قرار دارد به طوری که بر اثر آن کرنش برشی $\gamma = 0/5 \times 10^{-3}$ در جدار داخلی محل اثر لنگر ایجاد شده. اگر مدول برشی برابر $G = 80\,GPa$ باشد، مقدار T بر حسب kN.m چقدر است؟

۱) $1,8\pi$ ۲) $5,4\pi$ ۳) $4,8\pi$ ۴) $3,4\pi$



دقت شود که ما برای در نظر گیری محل اثر لنگر پیچشی T، یا باید یک مقدار کوچک ست راست یا ست چپ B را در نظر بگیریم:

$T_{B_{راست}} = \frac{T}{3}$ $\qquad$ $T_{B_{چپ}} = \frac{2}{3}T$

حال با فرض در نظر گرفتن ست چپ:

$$\tau = \frac{(T_{B_{چپ}})(R_{داخلی})}{J}$$

$$\gamma = \frac{\tau}{G}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{(\frac{2}{3}T)(20)}{\frac{\pi}{2}[40^4 - 20^4]} = 80 \times 10^3 \times 0/5 \times 10^{-3} \end{array}\right\} \Rightarrow T = 3,4\pi$$

(جدار داخلی = جدار تأکید شده)

۴- در یک تیر-ستون دو سر مفصل با صلبیت خمشی EI و صلبیت محوری EA به طول L و ضریب انبساط حرارتی α مطابق شکل، مقدار تغییر درجه حرارتی که قادر باشد آن را به حد کمانش برساند، کدام است؟

۱) $\frac{\pi^2 EI}{2\alpha L^2}$ ۲) $\frac{\pi^2 I}{A\alpha L^2}$ ۳) $\frac{2\pi^2 I}{A\alpha L^2}$ ۴) $\frac{\pi^2 EI}{\alpha L^2}$

مقدار بار کمانشی در اعضای محوری برابر است با:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2}$$

که k ضریب طول موثر است و برای اعضای دو سر مفصل برابر ۱ می‌باشد، حال اوّل ببینیم در اثر حرارت چه نیرویی در عضو ایجاد می‌شود، سپس آن را برابر بار کمانشی قرار می‌دهیم:

$$\text{دما} \longrightarrow \text{سازگاری جبری} \longrightarrow \delta_B = 0 \rightarrow \alpha \Delta T L = \frac{FL}{EA}$$

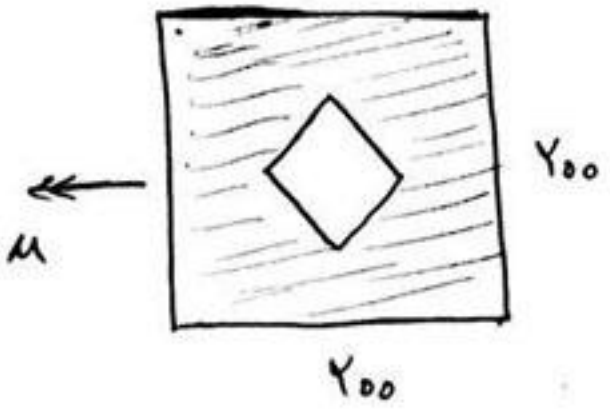
$$\Rightarrow F = EA\alpha\Delta T$$

حال:

$$EA\alpha\Delta T = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \longrightarrow \Delta T = \frac{\pi^2 I}{A\alpha L^2}$$

۵- تیر با سطح مقطع مطابق شکل دارای ناحیه‌ی توخالی به ضلع ۱۰۰ mm است. تحت اثر لنگر خمشی $M = 500\ kN.m$، تنش نرمال حداکثر چند MPa است؟

۱) ۴۰۰ ۲) ۱۶۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۳۲۰



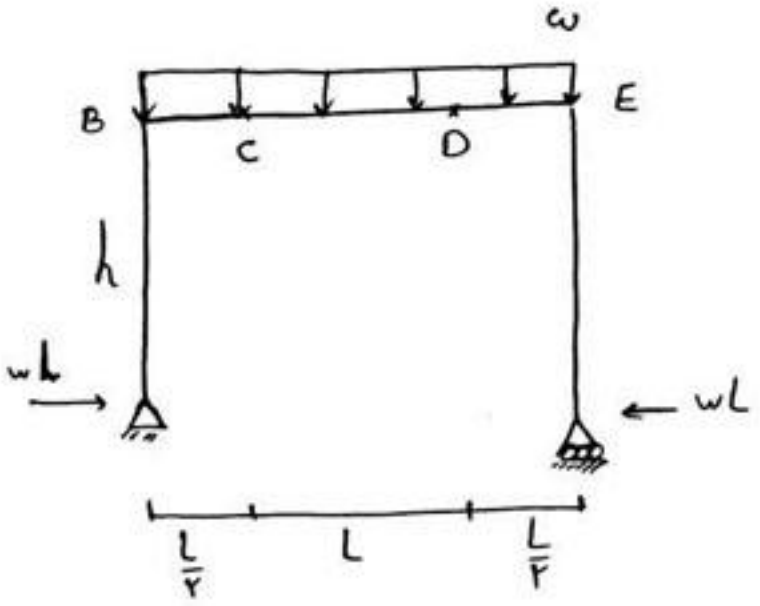
شکل داخل یک لوزی یا مربع است که محل اینرسی حول هر محور گذرنده از مرکز سطح آن برابر $\frac{b^4}{12}$ است.

$$\sigma = \frac{MC}{I}$$

$$I = \frac{(200)^4}{12} - \frac{(100)^4}{12} = \frac{15 \times 10^8}{12}\ (mm)^4$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{500 \times 10^3 \times 1000\ (N\text{-}mm) \times 100\ (mm)}{\frac{15}{12} \times 10^8\ (mm)^4} = 400 \frac{N}{(mm)^2} = 400\ MPa$$

۶ - در قاب نشان داده شده در شکل ارتفاع ستون‌ها چقدر باشد ($AB=EF$) تا حداکثر تنش خمشی ایجاد شده در طول تیر BE حداقل گردد؟ (سطح مقطع‌های BC و DE مربعی به ضلع a و مقطع CD مربعی به ضلع $2a$ است)

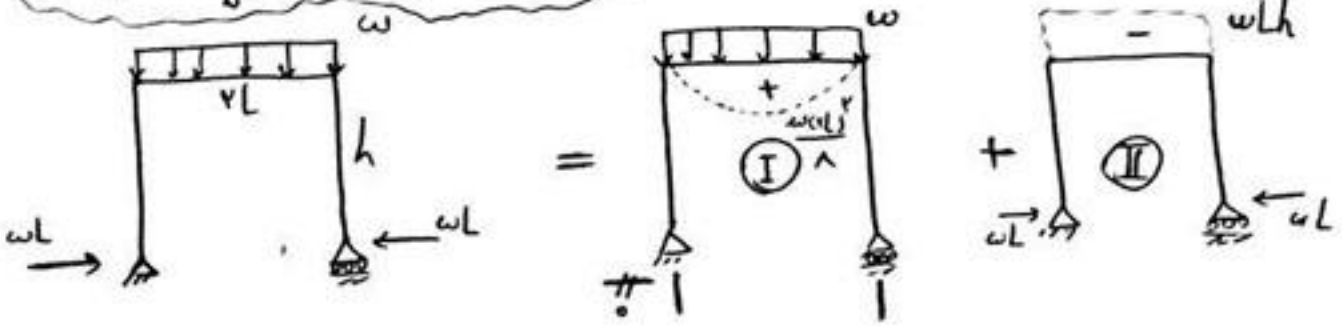


۱) $\frac{L}{32}$ ۲) $\frac{L}{2}$

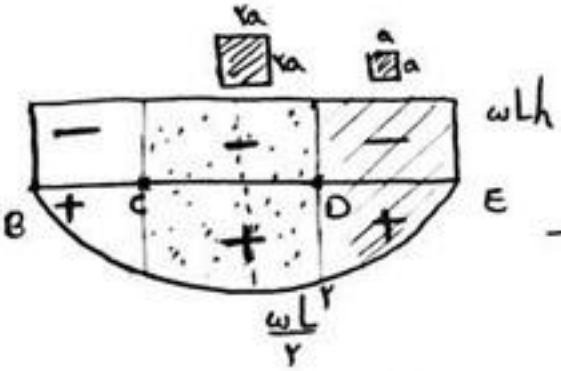
۳) $\frac{L}{8}$ ۴) $\frac{L}{18}$

منظور از اینکه حداکثر تنش خمشی، حداقل شود یعنی تنش خمشی حداکثر CD و DE (یا BC) برابر شود.

$\sigma = \frac{M}{S} = \frac{6M}{b^3}$ → تنش در مقطع مربعی



نمودار لنگر I و II :

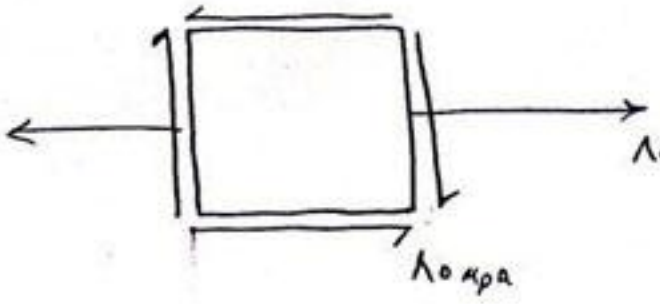


Superposition →

- حداکثر لنگر CD : $wLh - \frac{wL^2}{2}$
- حداکثر لنگر DE : wLh

$$\Rightarrow \sigma_{max}^{CD} = \sigma_{max}^{DE} = \frac{6\left(wLh - \frac{wL^2}{2}\right)}{(2a)^3} = \frac{6(wLh)}{a^3} \Rightarrow h = \frac{L}{18}$$

۷- در یک نقطه از سازه، تنش ها مطابق شکل می باشد. ضریب اطمینان نسبت به تسلیم در صورت استفاده از معیار فون میسس و تنش تسلیم برابر ۲۴۰ MPa، چه مقدار است؟

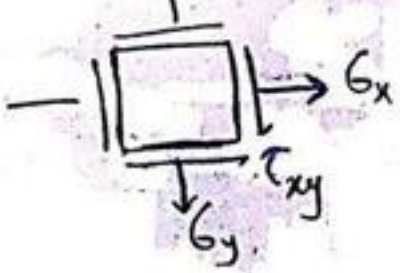


۱) ۳ ۲) ۱

۳) ۱٫۵ ۴) ۱٫۷۳

براساس معیار فون میسس که مبتنی بر انرژی می باشد، حداکثر انرژی اعوجاج یک ماده در واحد حجم باید از انرژی واحد حجم مورد نیاز برای تسلیم نمونه بایدکمتر باشد. اگر تنش های اصلی یک ماده σ_1 و σ_2 و تنش تسلیم σ_y باشد، شرط سالم ماندن نقطه این است که: $\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 < \sigma_y^2$

که براین اساس ضریب اطمینان به صورت زیر در معیار فون میسز تعیین می شود:

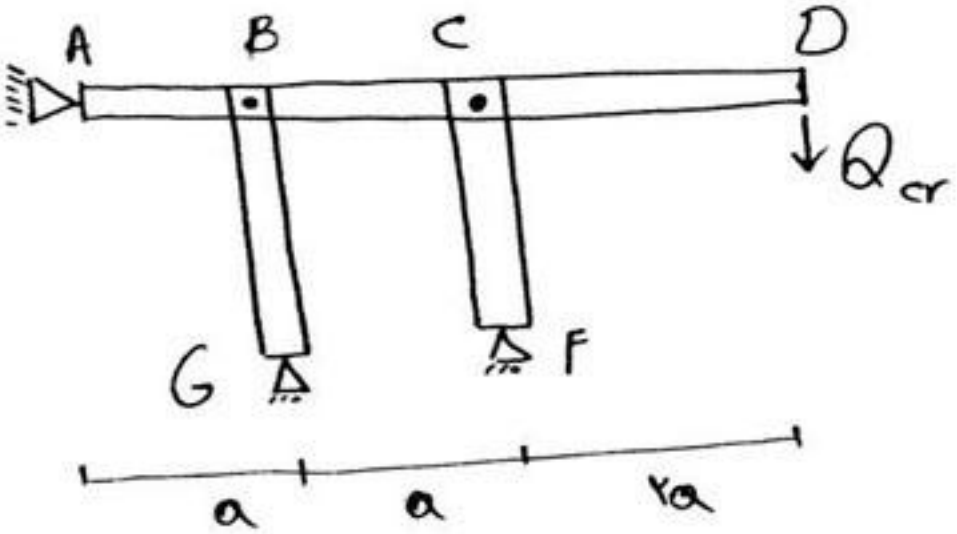


$$\text{F.S}_{\text{معیار فون میسز}} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2}}$$

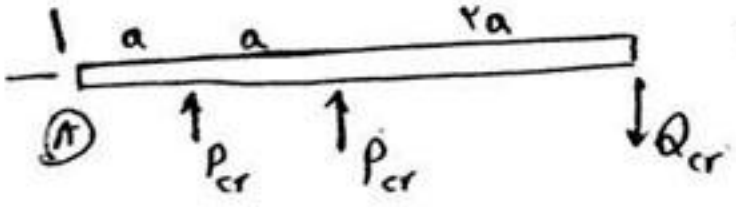
$$\Rightarrow \text{F.S} = \frac{۲۴۰}{\sqrt{۸۰^2 - ۰ + ۰ + ۳(۸۰)^2}} = \frac{۲۴۰}{۲\times ۸۰} = ۱٫۵$$

۸- تیر صلب ABCD توسط دو ستون در سر سفل یکسان BG و CF به طول l و ممیت خمشی EI و تکیه‌گاه سفلی A نگهداری شده است. ازای چه بار بحرانی Q_{cr} برحسب $\frac{\pi^2 EI}{l^2}$، سیستم به سبب کمانش اویلر مردی ریزد؟

۱) ۲
۲) $\frac{1}{2}$
۳) $\frac{3}{4}$
۴) ۱



چون نقطه سختی خمشی ستون‌ها مد نظر است و صحبتی از سختی محوری نشده و با توجه به اینکه مشخصات دو ستون کاملاً یکسان است: $\delta_C = \delta_B = 0$ و بار کمانش هر دو نیز برابر است.



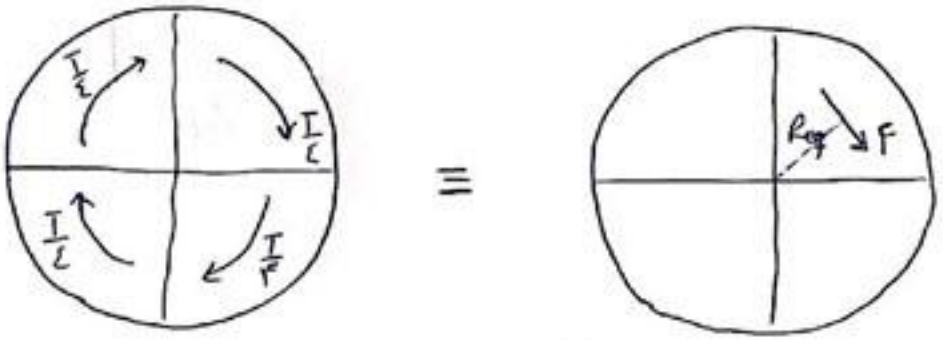
$$\Rightarrow \sum M_A = 0 \rightarrow Q_{cr}(۴a) = P_{cr}(a) + P_{cr}(۲a)$$

$$\Rightarrow Q_{cr} = \frac{۳}{۴} P_{cr} \xrightarrow[P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}]{\text{ستون دو سر سفل}} Q_{cr} = \frac{۳}{۴} \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

۹- در یک مقطع مدور توپر به شعاع R تنش لنگر پیچشی T، برآیند تنش‌های وارد به یک ربع آن مقطع، در چه فاصله‌ای برحسب R از مرکز مقطع واقع است؟

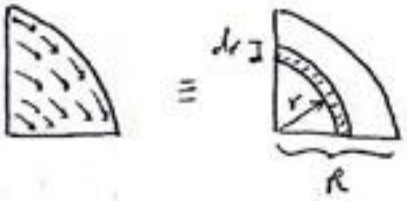
۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

مقدار لنگر پیچشی وارده به هر ربع دایره برابر $\frac{T}{۴}$ می‌باشد، پس نیروی معادل وارده به ربع دایره را می‌توان به صورت زیر نوشت:



$$\Rightarrow \quad F \times R_{eq} = \boxed{\frac{T}{۴}} \quad (I)$$

حال اگر نیروی یک ربع دایره را بخواهیم بدست بیاوریم داریم:



$$\Rightarrow \quad F = \int \underbrace{\left(\frac{Tr}{J}\right)}_{\text{تنش}} \underbrace{\left(\frac{\pi}{۲} r \cdot dr\right)}_{\text{مساحت}} = \frac{T\pi}{۲J} \int r^۲ = \frac{T\pi R^۳}{۶J}$$

$$(I) \Rightarrow \left(\frac{T\pi R^۳}{۶J}\right)(R_{eq}) = \frac{T}{۴} \xrightarrow{J = \frac{\pi}{۲} R^۴} \boxed{R_{eq} = \frac{۳}{۴} R}$$

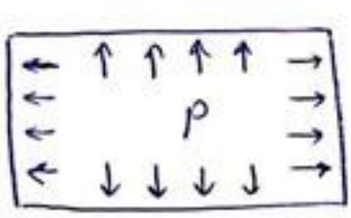
گزینه ۴ صحیح است.

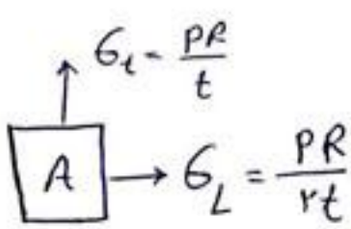
۱۰- دولوله‌ی استوانه‌ای جدار نازک با شعاع R، طول یکسان و ضخامت t، یکی با دو انتها بسته (A) و دیگری با دو انتها باز (B) تحت فشار داخلی یکسان قرار دارند. نسبت حجم عالج دولوله‌ی A به B کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{2}{3}$

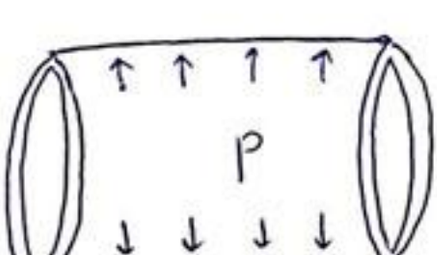
گزینه‌ی ۲ صحیح است.

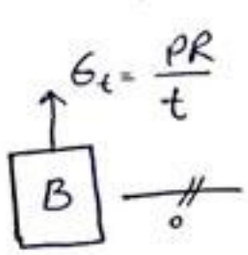
حالت A : دو انتها بسته :





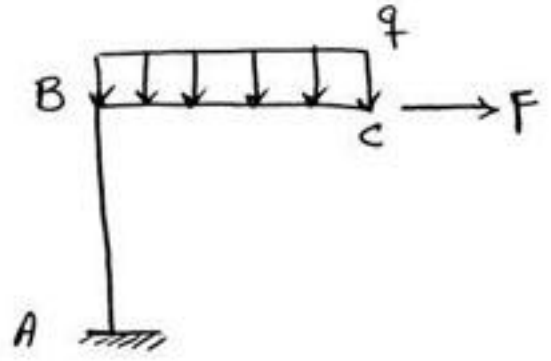
حالت B : دو انتها باز :





$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{(\sigma_L + \sigma_t)\frac{1-2\nu}{E}}{(\sigma_t)\frac{1-2\nu}{E}} = \frac{\frac{PR}{2t} + \frac{PR}{t}}{\frac{PR}{t}} = \frac{3}{2}$$

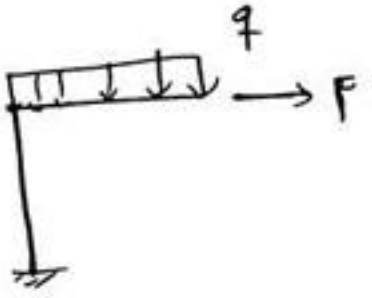
۱۱ - در سازه‌ی دوعضوی ABC، طول هریک از اعضا برابر L و صلبیت خمشی آن‌ها ثابت و برابر E بوده و شدت بار گسترده‌ی یکنواختی اعمال شده روی BC، برابر q است.
قدر مطلق مقدار نیروی F چه ضریبی از qL باشد تا انرژی تغییر شکل سازه حداقل شود؟



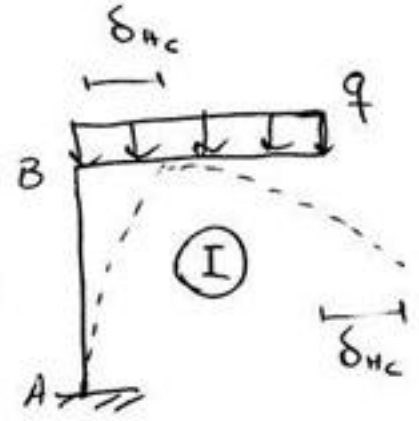
۱) $\frac{5}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$

۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{5}$

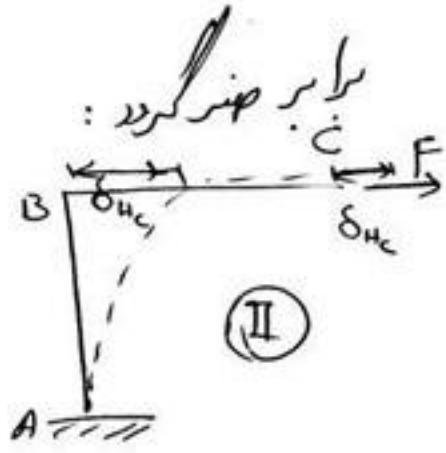
برای اینکه انرژی تغییر شکل سازه حداقل شود باید: $\frac{\partial U}{\partial F}=0$ و از طرفی طبق قضیه‌ی کاستیگلیانو می‌دانیم که $\frac{\partial U}{\partial F}=\delta_{H_C}$ می‌باشد، پس F را طوری می‌یابیم که δ_{H_C}



=



برابر صفر گردد:

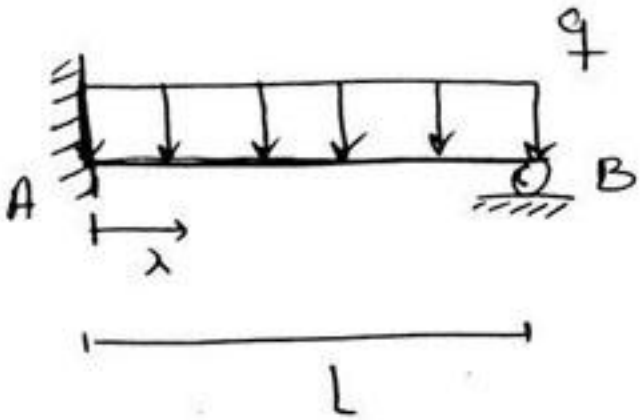


$$\delta_{H_{C_I}}: \text{AB تغییر شکل ناشی از لنگر} = \frac{ML^2}{2EI} = \frac{(qL\times\frac{L}{2})L^2}{2EI}$$

$$\delta_{H_{C_{II}}}: \text{AB تغییر شکل ناشی از بار F} = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{FL^3}{3EI}$$

$$\left.\begin{array}{l}\delta_{H_{C_I}}=\delta_{H_{C_{II}}}\end{array}\right\}\Rightarrow \boxed{F=\frac{3}{4}qL}$$

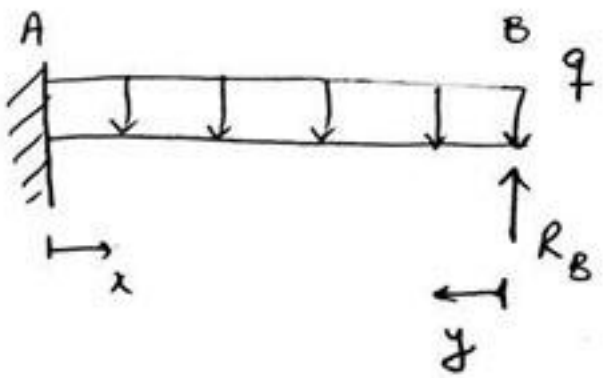
۱۲- تیر AB که دارای صلبیت خمشی به صورت $EI(x) = EI_0(1-\frac{x}{L})^2$ است، تحت اثر بارگذاری گسترده یکنواخت q مطابق شکل قرار دارد. M_A چه ضریبی از qL^2 است؟



۱) $\frac{5}{8}$ ۲) $\frac{1}{8}$

۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{3}{8}$

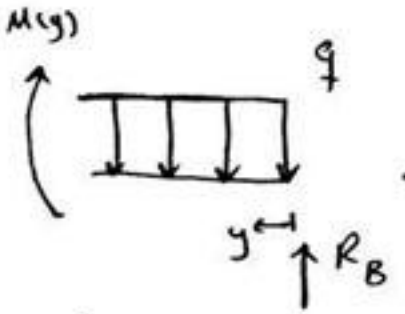
سازه یک درجه نامعین است، طبق سازگاری $\delta_B = 0$، مقدار R_B را می‌یابیم:



$$EI(x) = EI_0(1-\frac{x}{L})^2 = \frac{EI_0}{L^2}(L-x)^2$$

$$L-x=y \Rightarrow EI(y) = \frac{EI_0}{L^2}y^2$$

در فاصله‌ی y از سطح برش از نقطه B:



$$\rightarrow M(y) + q\frac{y^2}{2} = R_B \cdot y \longrightarrow M(y) = R_B \cdot y - \frac{qy^2}{2}$$

مطابق قضیه‌ی سطح: $\delta_{B/A} = 0 \rightarrow \int_0^L \frac{M(y)\cdot y}{EI(y)} = 0$ ادامه دارد

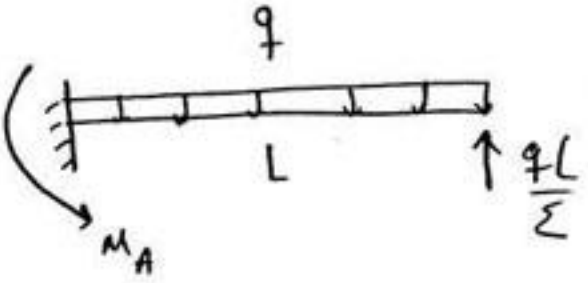
ادامه‌ی ۱۲:

$$\Rightarrow \delta_{B/A} = 0 = \int_0^L \frac{R_B \cdot y^2 - \frac{q y^3}{2}}{\frac{EI_0}{L^2} \cdot y^2} \, dy = 0$$

$$\Rightarrow \frac{L^2}{EI_0} \boxed{\int_0^L R_B - \frac{q y}{2} \Big| = 0} \rightarrow R_B \cdot L = \frac{q y^2}{4} \Big]_0^L$$

برابر صفر

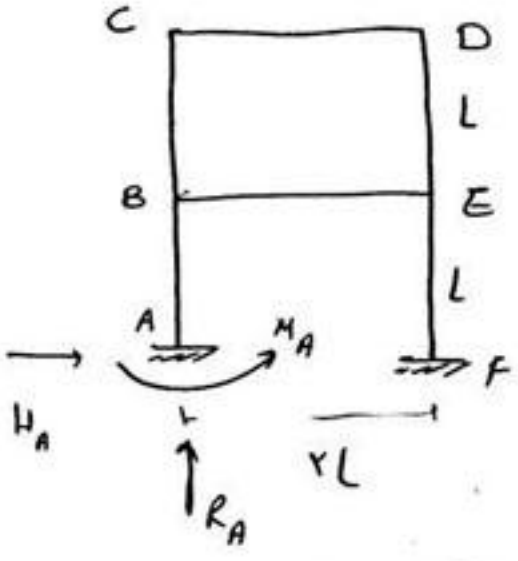
$$\Rightarrow R_B = \boxed{\frac{qL}{4}} \rightarrow$$



$$\sum M_A = 0 \rightarrow M_A + \frac{qL}{4}(L) = \frac{qL^2}{2} \rightarrow M_A = \boxed{\frac{qL^2}{4}}$$

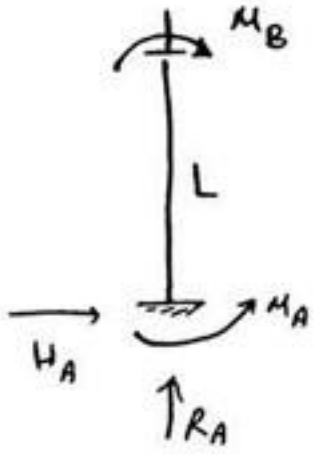
گزینه‌ی ۳

۱۳ - قاب دو طبقه و یک دهانه با صلبیت خمشی EI یکسان برای تمام اعضا، تحت بارگذاری خاص روی تیرهای خود، مطابق شکل داده شده. اگر رابطه‌ی بین نیروهای عکس‌العمل تکیه‌گاه A به صورت $R_A = \frac{3}{2} H_A$ و $M_A = \frac{2}{3} H_A \cdot L$ برقرار باشد، دوران نقطه‌ی B بر حسب $\frac{H_A L^2}{EI}$ کدام است؟



۱) $\frac{5}{4}$ ۲) $\frac{13}{6}$

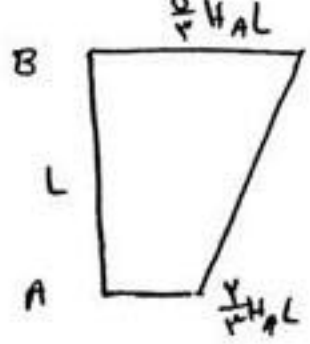
۳) $\frac{11}{6}$ ۴) $\frac{7}{2}$



$$\sum M_B = 0 \rightarrow M_B = M_A + H_A L = \frac{2}{3} H_A L + H_A L = \frac{5}{3} H_A L$$

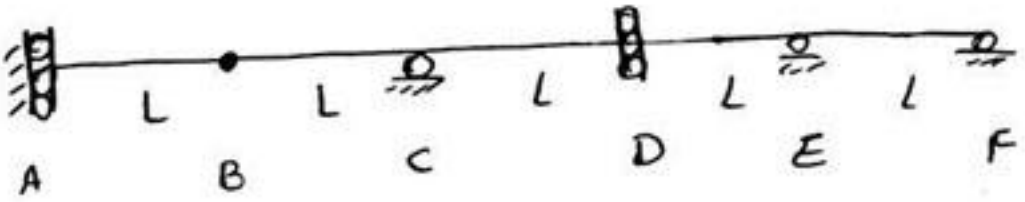
مطابق لنر سطح:

$$\theta_B = \theta_{B/A} = \frac{A_M}{EI}$$



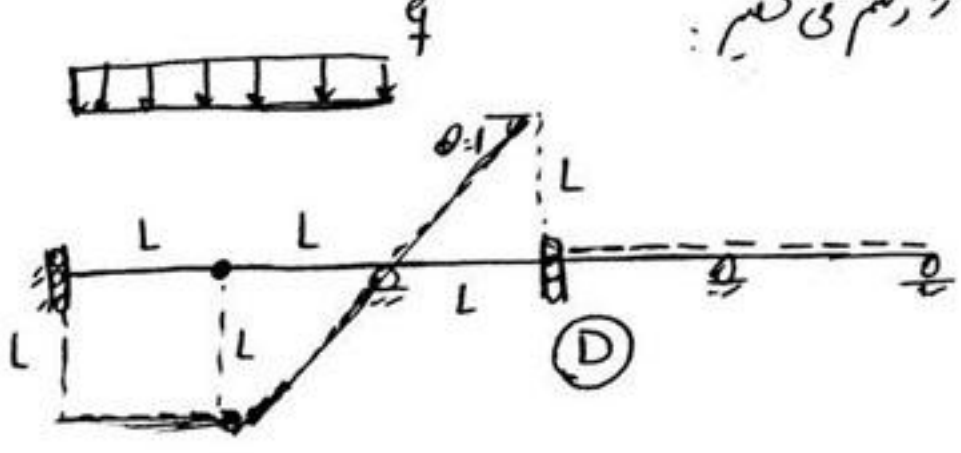
$$\Rightarrow \theta_B = \frac{\frac{L}{2}\left(\frac{5}{3} H_A L + \frac{2}{3} H_A L\right)}{EI} = \frac{7}{6} \frac{H_A \cdot L}{EI}$$

۱۴ - تیر ABCDEF مطابق شکل دارای ۵ دهانه یکسان هر یک به طول L و دارای صلبیت خمشی EI است. اگر هر یک یا چند دهانه تیر فوق تحت اثر بار گسترده یکنواخت q به طول L قرار گیرد، حداکثر لنگر خمشی در مقطع D چه ضریبی از qL^2 است؟



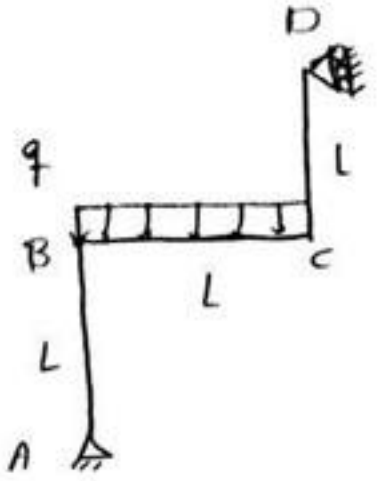
۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۴}{۳}$

خط تأثیر لنگر D را رسم می‌کنیم:



$$M_{D_{max}} = q\left[(L \times L) + \left(\frac{L \times L}{۲}\right)\right] = \frac{۳}{۲} qL^۲$$

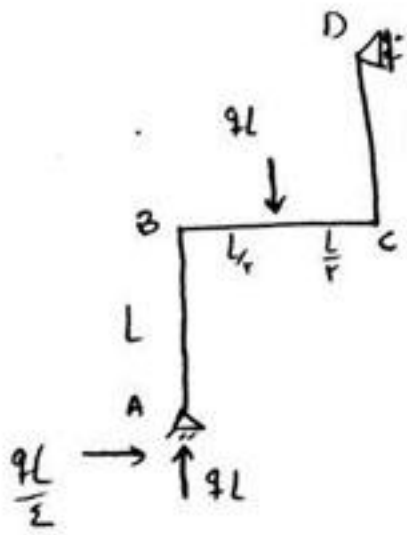
۱۶ – سازه‌ی سه بعدی ABCD ، با طول یکسان L ، سطح مقطع مستطیلی یکسان و ثابت‌های اعضا برابر A ، E ، $\nu = 0.125$ ، تحت بارگسترده‌ی q روی BC قرار دارد. انرژی تغییر شکل برشی بر حسب $\frac{q^2 L^3}{EA}$ کدام است؟



۱) $\frac{15}{16}$ ۲) $\frac{9}{16}$

۳) $\frac{11}{16}$ ۴) $\frac{13}{16}$

$$U_{\text{برشی}} = \xi \int \frac{V(x)^2}{2GA_s}\,dx \xrightarrow[G=\frac{E}{2(1+\nu)}]{A_s=\frac{5}{6}A} U_{\text{برشی}} = \frac{3}{2}\,\xi \int \frac{V(x)^2}{GA}\,dx$$

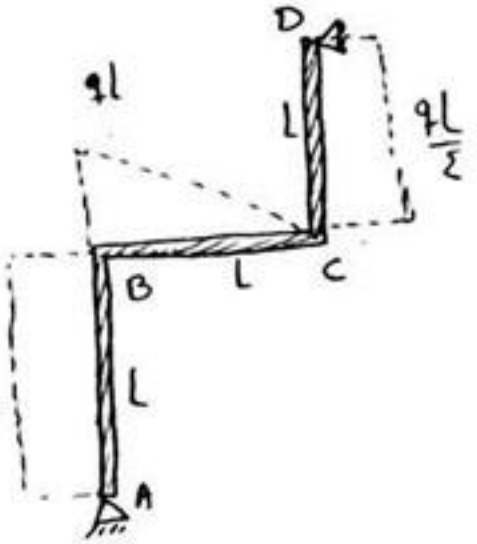


$\Rightarrow \sum M_A = 0$

$\Rightarrow R_D(2L) = ql(\frac{L}{2})$

$\Rightarrow R_D = \boxed{\frac{ql}{4}}$

نوار بری



طبق تعیین سور

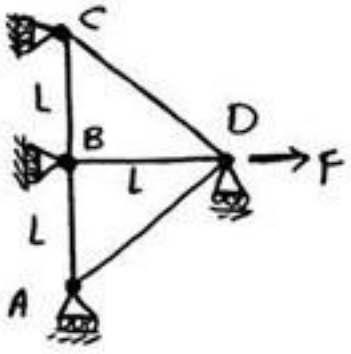
$$U_{\text{برشی}} = \frac{3}{2}\left[2\left(\frac{\frac{ql}{4}\times L\times\frac{ql}{4}}{EA}\right) + \left(\frac{ql\times L\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}ql}{EA}\right)\right]$$

مستطیل DC, AB — مثلث BC

$$\Rightarrow U_{\text{برشی}} = \frac{11}{16}\,\frac{q^2L^3}{EA}$$

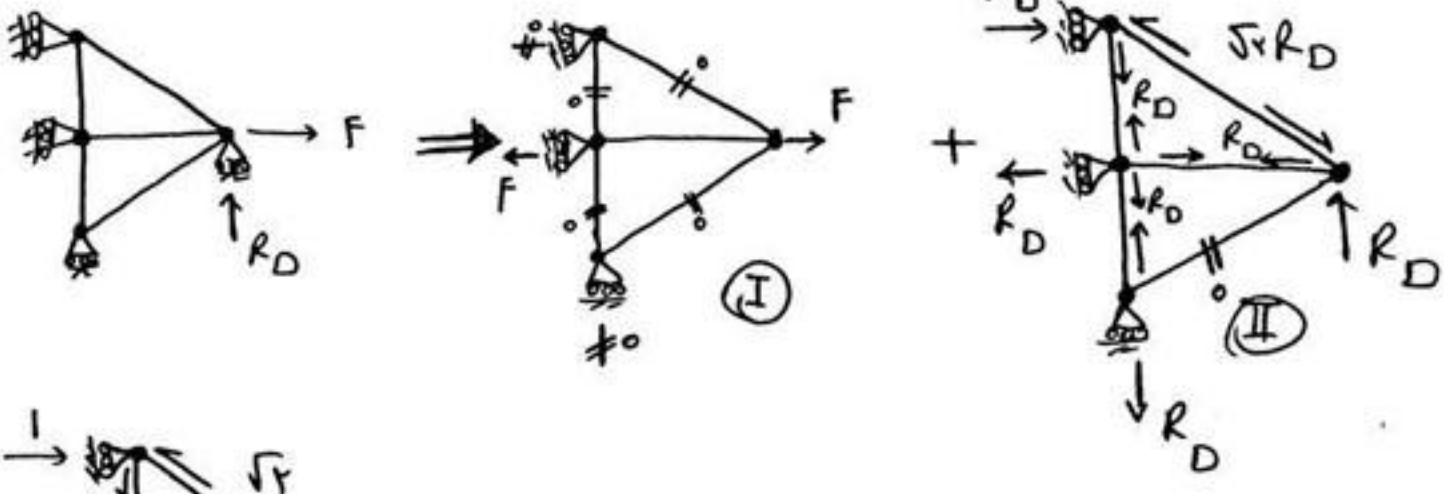
۱۶- در خرپای زیر تحت بار F ، صلبیت محوری اعضای CD ، AD ، $\sqrt{2}EA$ و سایر اعضا EA است. علی

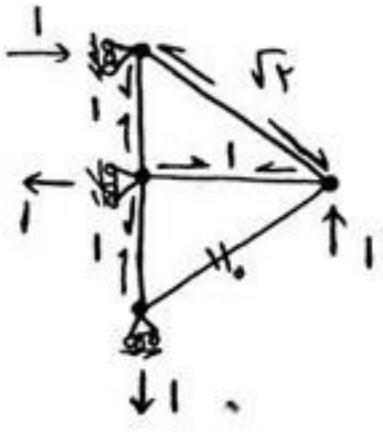
العمل تکیه‌گاهی D به ضریبی از F است؟



۱) صفر ۲) $\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{3}$

خرپا یک درجه نامعین است، اگر علی‌العمل D را R_D فرض کنیم، طبق سازگاری: $\delta_{V_D}=0$



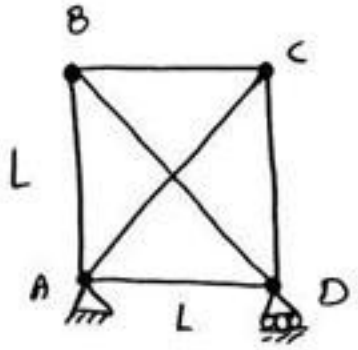


سازه‌ی واحد:

$$\Rightarrow \begin{cases} \delta_{C_{V_I}} = \dfrac{F\times 1\times L}{EA} \\ \delta_{C_{V_{II}}} = \left(\dfrac{\sqrt{2}R_D\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}L}{\sqrt{2}EA}\right)+\left(\dfrac{3R_D\times 1\times L}{EA}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \delta_{V_{C_I}} = \delta_{V_{C_{II}}} \Rightarrow \frac{FL}{EA} = \frac{5R_DL}{EA} \Rightarrow \boxed{R_D = \frac{F}{5}}$$

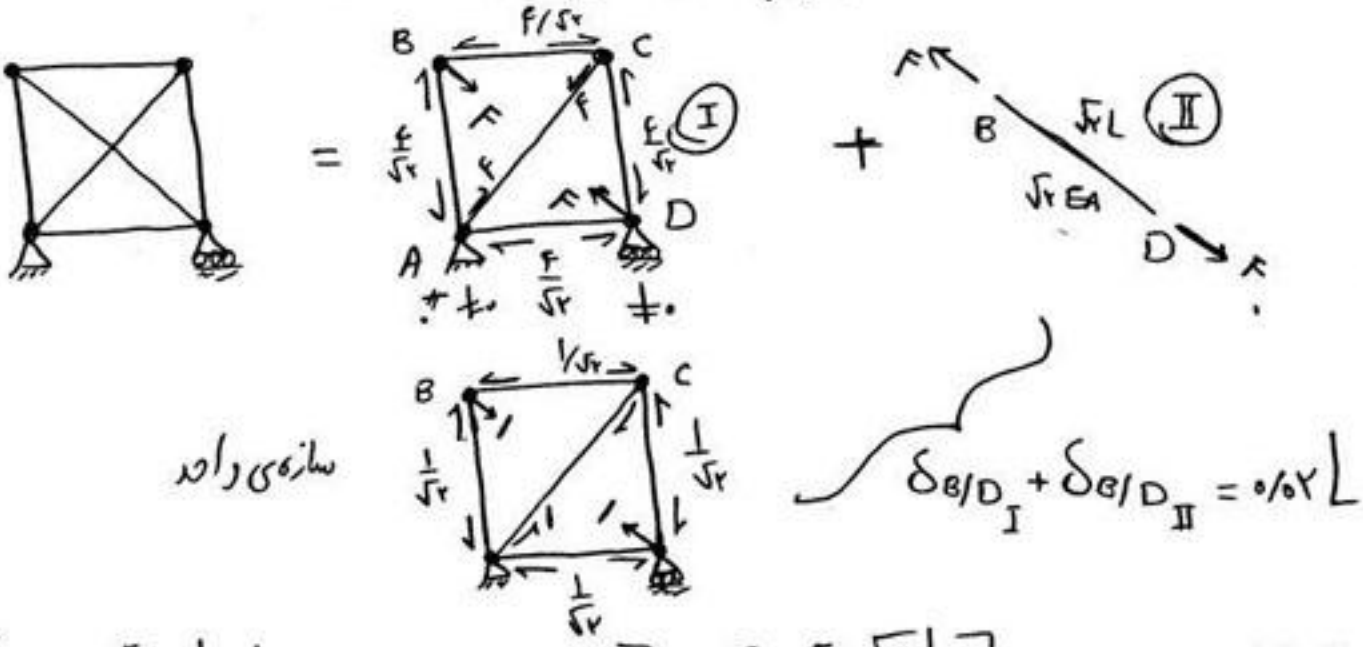
۱۷- در خرپای مربع شکل داده شده، عضو BD به اندازه‌ی $0.02L$ کوتاه‌تر بریده شده. اگر صلبیت محوری اعضای قطری $\sqrt{2}EA$ و سایر اعضا EA باشد ($EA=10^3$ ton)، پس از ساختن خرپا، چه نیرویی در عضو BD برحسب ton ایجاد می‌شود؟



۱) ۸ ۲) ۵

۳) ۶ ۴) ۷

خطای ساخت در سازه‌های نامعین ایجاد نیرو می‌کند. اگر مطابق با سازگاری عضو BD را جدا کنیم و نیروی F را به آن اعمال کنیم میزان دورشدگی B و D در مقابل با میزان نزدیک شدگی B و D در خرپا برابر مقدار خطای ساخت است:



$$\delta_{B/D_I} + \delta_{B/D_{II}} = 0.02L$$

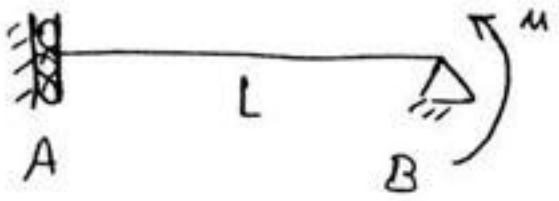
$$\left[4\left(\frac{F}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{L}{EA}\right) + \left(\frac{F\times 1\times\sqrt{2}L}{\sqrt{2}EA}\right)\right] + \left[\frac{F\times\sqrt{2}L}{\sqrt{2}EA}\right] = 0.02L \Rightarrow F = \frac{2}{400}EA$$

δ_{B/D_I} $\qquad$ $\delta_{B/D_{II}}$

$$\Rightarrow F = 5\,\text{ton}$$

۱۸- در تیر AB به طول L و صلبیت خمشی EI، تحت لنگر M مطابق شکل زیر، میزان تغییر مکان قائم تکیه‌گاه A به ضریبی از $\frac{ML^2}{EI}$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{2}$ به سمت بالا

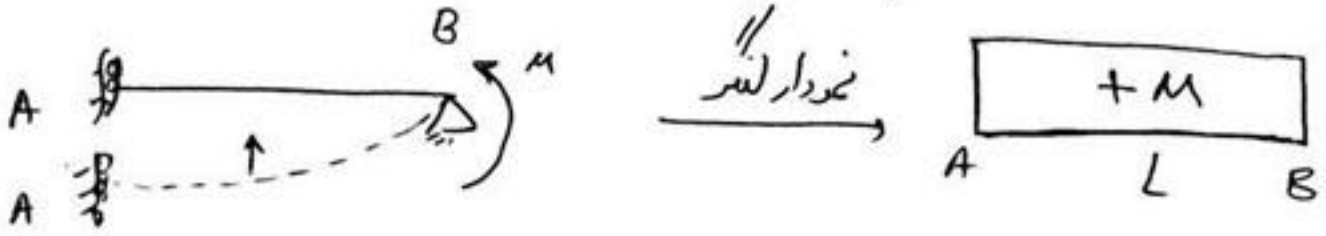


۲) $\frac{1}{4}$ به سمت پایین

۳) $\frac{1}{4}$ به سمت بالا

۴) $\frac{1}{2}$ به سمت پایین

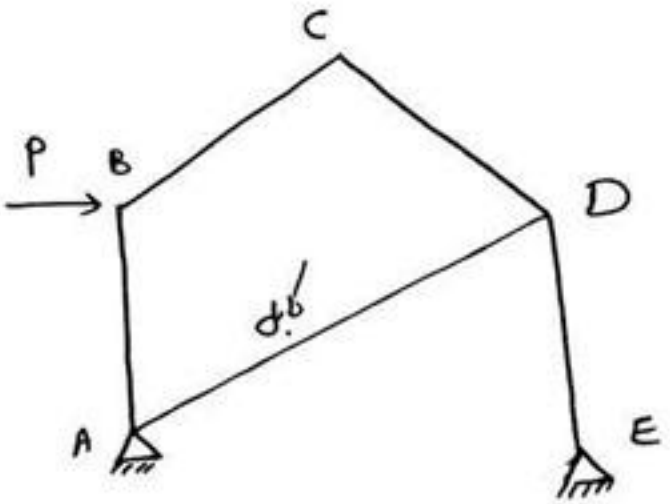
این سوال را از چندین روش [فرمول خطی، تقارن و ...] می‌توان حل کرد. ما در اینجا از (لنگر سطح) حل می‌کنیم:



$M = EI\,y'' \xrightarrow{M>0} y''>0 \longrightarrow$ تقعر رو به بالا $\longrightarrow$ پس A باید به سمت پایین حرکت کند

$$\delta_{B/A} = \delta_A = \frac{A_{M\cdot}\,\bar{x}}{EI} = \frac{ML \times \frac{L}{2}}{EI} = \frac{ML^2}{2EI} \longrightarrow \text{گزینه ۲}$$

19 - در قاب ABCDE زیر، صلبیت خمشی کلیه اعضا ثابت و برابر EI بوده و صلبیت محوری کابل AD برابر EA است. این سیستم چند درجه نامعین بوده و تحت اثر نیروی P، حرکت نقطه‌ی C به سمتی خواهد بود؟



۱) یک - بالا

۲) چهار - پایین

۳) چهار - بالا

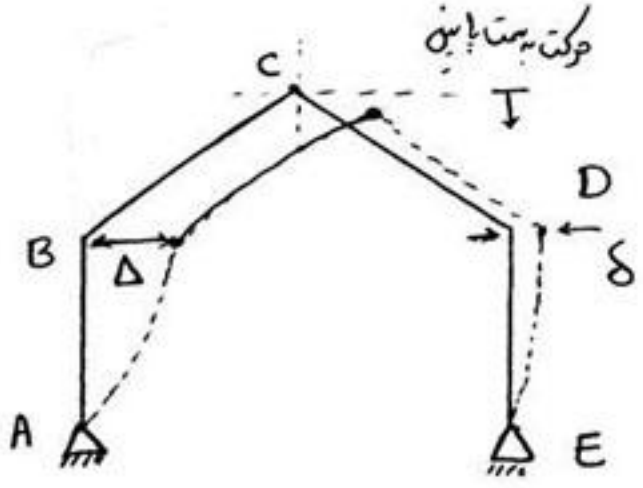
۴) یک - پایین

ابتدا به قسمت اول سوال می‌پردازیم که سازه چند درجه نامعین است. اگر براساس فرمول های رایج بخواهیم درجه نامعینی این قاب را بدست آوریم:

$$n=(r+3k)-(c+3)+(\text{کابل یا فنر حذف شده})=(4+0)-(5+3)+1=2$$

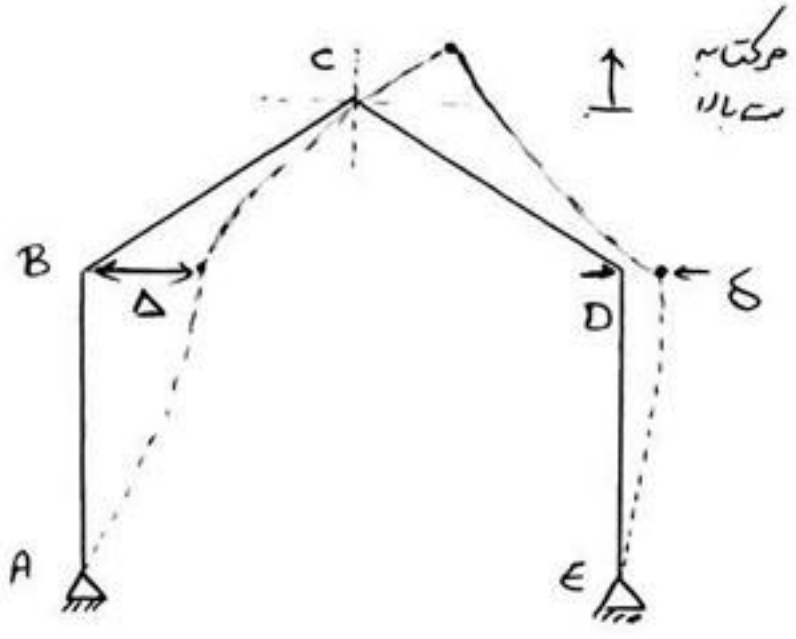
تاب داده شده دارای دوشن است که اگر کابل وجود نداشت این سازه از نوع یا دستگاه محسوب می‌شد و جابه جایی گره‌ی D و B برابری شد. اما در اینجا گره‌ی D به دلیل حرکت دارای یک سختی اضافی کابل نیز هست که این باعث می‌شود جابه جایی آن از گره‌ی B کمتر باشد. پس با فرض اینکه جابه جایی گره‌ی D برابر δ و جابه جایی گره‌ی B برابر Δ باشد $(\delta < \Delta)$ داریم:

فرض کنیم نقطه‌ی C به سمت پایین حرکت می‌کند:



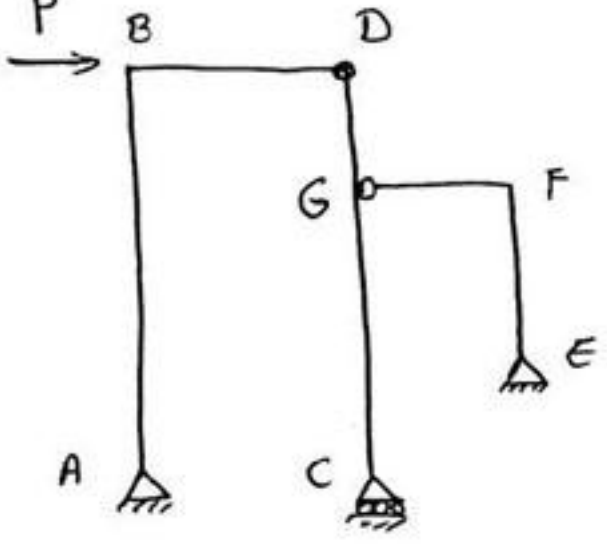
به دلیل اینکه $\delta < \Delta$ است، طول عضو CD کوتاه شده است که چون فقط EI داریم، پس این تغییر شکل غلط است. ✗

حال فرض کنیم C به سمت بالا حرکت کند:



همان طور که دیده می‌شود جور جابه‌جایی کم نقطه‌ی D را برای اینکه طول CD تغییر نکند، حرکت رو به بالای C کشیده است و هیچ گونه تغییر طول محوری نداریم پس C باید رو به بالا حرکت کند

۲۰ـ در سازه‌ی مطابق شکل تحت اثر نیروی متمرکز افقی P در تقطه‌ی B، طول هر دو دهانه برابر L و ارتفاع ستون‌های AB و CD برابر $1.5h$ و ارتفاع ستون EF برابر h و طول عضو DG برابر $\frac{h}{3}$ می‌باشد. نیروی برشی اعمالی به سازه بین ستون‌ها چگونه تقسیم می‌شود؟



۱) ستون AB همه‌ی نیروی P را می‌گیرد و بقیه صفر

۲) نیروی برشی به نسبت مساوی بین ستون‌ها تقسیم می‌شود.

۳) ستون‌های AB و EF، $\frac{2}{3}$ برابر ستون CD نیروی می‌گیرند

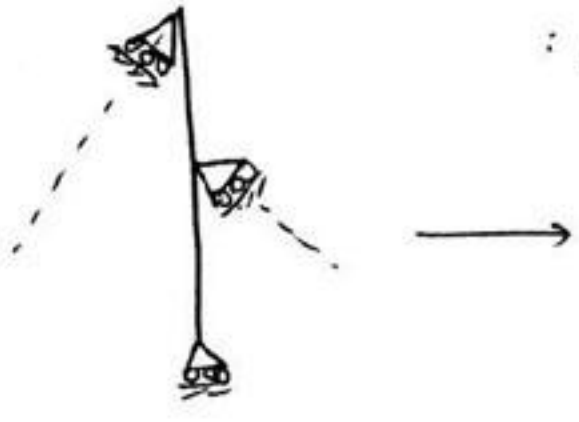
۴) اگر نسبت $\frac{h}{L}$ برابر یک باشد، تمام نیرو را ستون AB می‌گیرد.

ابتدا درجه نامعینی سازه را می‌یابیم:

$$n=(R+3k)-(c+3)$$

$$\Rightarrow n=(5+0)-(1+1+3)=0 \longrightarrow$$ این سازه معین است

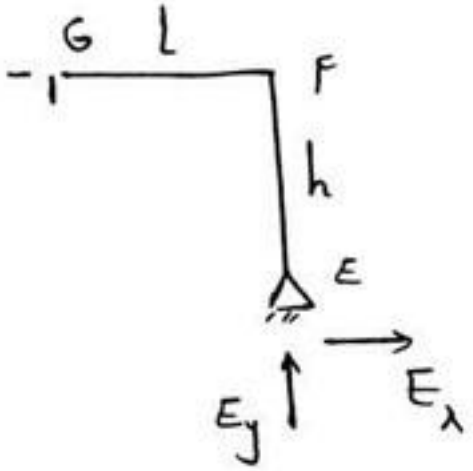
یک بار هم پایداری را چک می‌کنیم:



سه نیروی غیرهمرس، بس پایدار است.

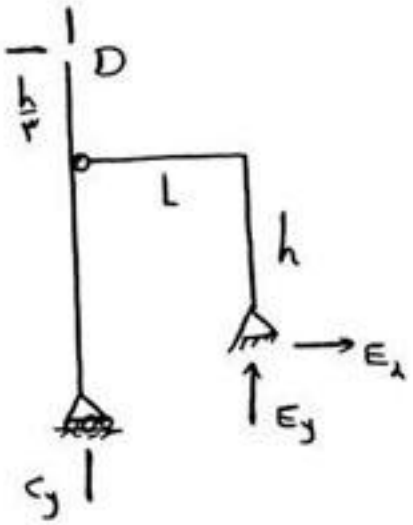
حال کافیست از استاتیک و تعادل نیروی تکیه‌گاه‌ها را بیابیم:

عضو GFE:



$$\sum M_G = 0 \rightarrow E_x(h) + E_y(L) = 0 \quad \text{(I)}$$

عضو EFDGC:

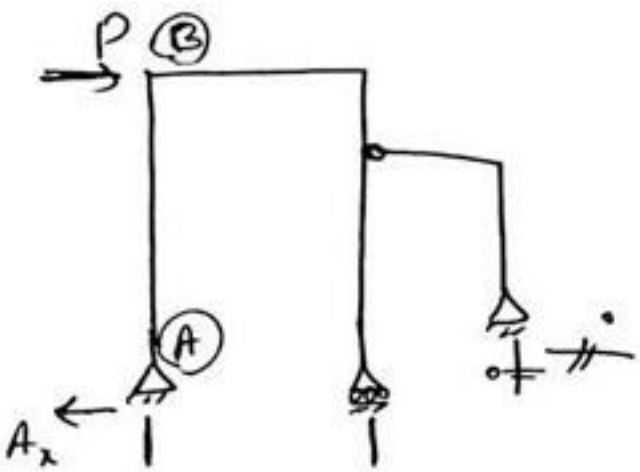


$$\sum M_D = 0 \rightarrow E_x\left(\frac{h}{2}+h\right) + E_y(L) = 0 \quad \text{(II)}$$

طبق معادله‌ی (I) و (II) نتیجه می‌شود تنها زمانی این دو معادله برقرار است که:

$$E_x = E_y = 0$$

حال کل سازه را بنیم:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = P$$

← نیروی AB همان نیروی P را می‌گیرد و بقیه صفر اند.