



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

دانشگاه تفرش

اثبات روابط کنترل فشردگی مقاطع

بر اساس طبقه بندی مبحث دهم مقررات ملی ساختمان

(طرح و اجرای ساختمانهای فولادی - ویرایش ۱۳۸۷)



پروژه درس پایداری سازه ها

استاد راهنما:

دکتر افشین مصلحی تبار

گروه تحقیق:

وحید مقدم - مهدی حسینی

دانشجویان کارشناسی ارشد مهندسی عمران

(گرایش سازه)

تابستان ۹۲

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



فهرست مطالب

۱	پیشگفتار
۳	مقدمه
۵	۱- معیارهای طراحی
۶	۲- فولاد و نیمرخ های ساختمانی
۸	۳- کمانش
۱۰	۴- ناپایداری موضعی ورق
۱۱	۵- معادله دیفرانسیل صفحات مسطح مستطیلی نازک
۱۶	۶- کمانش صفحات با شرایط مرزی متفاوت
۱۷	۷- روش های انرژی در حل معادله دیفرانسیل صفحات
۱۸	۸- کاربرد روش انرژی در محاسبه بار بحرانی کمانش ورق ها
۲۰	۹- تعیین بار بحرانی کمانش ورق ها با شرایط مرزی مختلف
۲۱	۹-۱- کمانش محوری یک ورق تحت تنش محوری فشاری با چهار انتهای ساده
۲۶	۹-۲- کمانش محوری یک ورق تحت تنش محوری فشاری با لبه های طولی گیردار
۲۹	۹-۳- کمانش محوری یک ورق تحت تنش محوری فشاری با لبه های طولی گیردار - ساده
۳۱	۹-۴- کمانش محوری یک ورق تحت تنش محوری فشاری با لبه های طولی گیردار - آزاد
۳۳	۹-۵- کمانش محوری یک ورق تحت تنش محوری فشاری با لبه های طولی ساده - آزاد
۳۵	۹-۶- کمانش محوری یک ورق تحت تنش محوری فشاری با لبه های طولی ساده - لبه های عرضی گیردار

	۷-۹-کمانش محوری یک ورق تحت تنش محوری فشاری با لبه های طولی الاستیک (فنر ارتجاعی) - لبه
۳۸ های عرضی ساده
۴۱ ۸-۹-کمانش یک ورق تحت اثر ترکیب تنش خمشی و فشاری
۵۰ ۱۰- روش نوار محدود
۵۲ ۱۰-۱-حل مساله کمانش صفحات با روش نوار محدود
۵۳ ۱۰-۲-تعیین ضریب کمانش صفحه با استفاده از روش نوار محدود
۷۱ ۱۱- ورق تقویت شده و تقویت نشده
۷۲ ۱۲- طبقه بندی مقاطع فولادی
۷۳ ۱۲-۱-مقاطع فشرده
۷۴ ۱۲-۲-مقاطع غیرفشرده
۷۵ ۱۲-۳-مقاطع با اجزای لاغر
۷۷ ۱۲-۴-طبقه بندی مقاطع برای کمانش موضعی (تفسیر آیین نامه ۲۰۰۵ - AISC - بخش B4)
۷۸ ۱۲-۵-مقطع فشرده لرزه ای
۷۹ ۱۳- مقاومت نهایی ورق ها در فشار
۸۲ ۱۳-۱-مدول الاستیسیته مماسی یا تانژانتی
۸۲ ۱۳-۲-مدول الاستیسیته متقاطع یا سکانتی
۸۴ ۱۳-۳-تنش های پسماند
۸۷ ۱۴- طراحی مقاطع تحت خمش با استفاده از نتایج تحلیل پلاستیک
۹۷ ۱۴-۱-معادله تنش کمانشی غیر الاستیک

- ۱۵- کمانش پوسته ها ۱۰۳
- ۱۵-۱ کمانش پوسته ها تحت تنش فشاری ۱۰۷
- ۱۵-۲ کمانش پوسته های استوانه ای تحت بارهای با تقارن مرکزی ۱۱۱
- ۱۵-۳ کمانش پوسته های استوانه ای تحت اثر خمش ۱۱۴
- ۱۶- ضوابط آیین نامه AISC برای کمانش موضعی ۱۱۷
- ۱۷- یافتن ضریب کمانش ورق با استفاده از مقادیر جدول ۱۰-۱-۲-۱ ۱۲۲
- ۱۷-۱ نسبت پهنای آزاد به ضخامت بر اساس AISC-89 ۱۲۳
- ۱۸- تعیین ضریب کمانش ورق (K) برای حالت های مختلف جدول ۱۰-۱-۲-۱ مبحث دهم برای مقاطع
غیرفشرده ۱۲۶
- ۱۹- ضریب کمانش ورقها در حالت مقطع فشرده ۱۳۴
- ۲۰- محدودیت تنش های مجاز در آیین نامه ۱۳۵
- ۲۱- تعیین ضریب کمانش ورق (K) برای حالت های مختلف جدول ۱۰-۱-۲-۱ مبحث دهم برای مقاطع
فشرده ۱۳۶
- ۲۲- بررسی نسبتهای آزاد به ضخامت در آیین نامه جدید AISC ۱۴۰
- مراجع ۱۴۴

پیشگفتار

برخی از مباحثی که دانشجویان مهندسی عمران طی دوره کارشناسی و مقاطع بالاتر با آنها آشنا می شوند، بیانگر مسائل تئوریک با مبانی ریاضیات و فیزیک می باشند، مانند دوره مکانیک جامدات، و برخی دیگر مانند دروس طراحی علاوه بر مبانی تئوریک دارای جنبه های عملی و آزمایشگاهی هم بوده که از این جهت به آیین نامه های طراحی وابستگی بی قید و شرطی دارند. اصولاً نمی توان صرفاً با تکیه بر علم تحلیل سازه اقدام به ساخت یک ساختمان مثلاً فولادی نمود چون بایستی معیارهایی را هم، به منظور وارد کردن مشخصات مصالح، تاثیر نحوه ساخت و اجرا، تجربیات گذشته، نتایج آزمایشها و...، در نظر گرفت که این مستلزم تدوین آیین نامه های طراحی و ساخت سازه ها می باشد.

در ایران با تصویب قانون نظام مهندسی و کنترل ساختمان در سال ۷۴، و در اجرای مفاد آن به ویژه مواد ۳۳ و ۳۴، کار تدوین مقررات ملی ساختمان ایران، به عنوان فراگیرترین ضوابط موجود در عرصه ساختمان، که بی تردید نقش مؤثری در نیل به اهداف عالی تأمین ایمنی، بهداشت، سلامت و صرفه اقتصادی فرد و جامعه دارد بر عهده وزارت مسکن و شهرسازی نهاده شد. پس از آن با شکل گیری زیر مجموعه های مورد نیاز، دفتر تدوین و ترویج مقررات ملی ساختمان تاسیس شد که زیر نظر کمیته های تخصصی هر مبحث اقدام به انتشار مباحث مورد نیاز در حوزه های مختلف ساختمان کرده که رعایت آنها در طراحی، محاسبه، اجرا، بهره برداری و نگهداری ساختمان ها ضمن لازم الاجرا بودن موجب ارتقای کیفیت و افزایش عمر مفید ساختمان ها می گردد.

در کشورهای صنعتی و پیشرفته کار تدوین آیین نامه ها ، حاصل تلاش چندین ساله پژوهشگران ، موسسات تحقیقاتی آن کشورها و استفاده از نتایج کارهای محققین سایر کشورها می باشد و از این حیث دارای زیر بنای مستحکمی می باشند. با توجه به اینکه در کشور ما تدوین آیین نامه ها به شکل کنونی عمر چندانی ندارد ، بهره گیری از آیین نامه های معتبر بین المللی امری اجتناب ناپذیر است ولی نبایستی شعار بومی سازی منجر به انتشار آیین نامه ای گردد که نکات مبهم آن ، استفاده از آنرا دچار اشکال نماید.

چون در آیین نامه ها در بیان یک موضوع مشخص ، جنبه های تئوری و عملی فراوان و گاهی توصیه ای دخیل می باشد ، بنابراین لازم است در کنار هر مبحث شرح و تفسیری انتشار یابد ، که ضمن کمک به بهره گیری اصولی از موضوع ، مراجع استفاده شده را نیز بیان کند ، تا زمینه برای درک بهتر و عمیقتر روابط آیین نامه ها فراهم شده و کاربر بتواند به مدد آنها توانایی قضاوت مهندسی را داشته باشد.

گردآورندگان بر خود واجب می دانند از استاد محترم جناب آقای دکتر مصلحی تبار که با پیشنهاد موضوع و راهنمایی های خود فرصت این کار تحقیقی را فراهم آورده و این نوید را دادند که ، می توان با کمی تلاش از کاربر ساده آیین نامه ها که فقط از آن استفاده می کند به کاربری تبدیل شد ، که قادر به نقد و موشکافی آن است ، و این برای دانشجوی دوره کارشناسی ارشد امری ضروری است ، تقدیر و تشکر نمایند.

مقدمه

پایداری یک سازه اصولاً به معنی پایداری وضعیت یا حالت تعادل می باشد. در مفهوم کاربردی، زمانی به حالت تعادل یک سازه یا یک سیستم، پایدار گفته می شود که نیروهای تصادفی، ضربات، لرزش ها، خروج از مرکزیت ها، تغییر شکل ها و نظایر این باعث نشود که سیستم حرکت بسیار زیادی داشته یا در وضعیت بدی قرار گیرد. در مفهوم ریاضی، پایداری معمولاً به معنای اغتشاشات بسیار کوچکی است که باعث حرکات بسیار کوچکی نسبت به وضعیت تعادل مشخص می گردد. در واقع، مفهوم تعریف شده یک سیستم پایدار لزوماً دلالت بر ایمنی آن از لحاظ مهندسی ندارد.

در طراحی سازه ها دقت می شود که تنش های گسترش یافته از حدود معینی تجاوز نکنند زیرا که در این صورت منجر به گسیختگی می گردد. دو نوع گسیختگی می تواند در یک سازه بوجود آید:

۱- گسیختگی ناشی از رفتار مصالح

۲- گسیختگی ناشی از تغییر شکل

در حالت دوم سازه به طور فیزیکی گسیخته نمی شود ولی شکل خود را آن گونه که طراحی شده است حفظ نمی کند، در این حالت چون سازه از وضعیت تعادل خارج شده است ناپایدار می گردد.

استفاده از فولاد به عنوان ماده یک عضو باربر در سازه ها از دیرباز مورد توجه طراحان سازه ها قرار داشته است. علی رغم محاسن فراوان فولاد به عنوان یک ماده باربر مانند، مقاومت زیاد، یکنواختی و دوام و ... دارای معایبی همچون حساسیت در برابر کمانش می باشد. پدیده کمانش کلی و موضعی در سازه های فولادی از مهمترین نکات طراحی مقاطع فولادی است و درصد بالایی از تحقیقات در زمینه سازه های فولادی به شناخت و تبیین کیفی و کمی این پدیده اختصاص دارد.

ورقهای نازک و مقاطع ساخته شده از آنان به دلیل دارا بودن مقاومت بالا و وزن کم به طور روز افزون در صنایع ساختمان، هوا فضا و دیگر صنایع مهندسی مورد استفاده قرار می گیرند. در اعضای سازه ای جدار نازک فولادی از دست دادن پایداری تحت اثر بارهای فشاری رخ می دهد و در اصطلاح ناپایداری هندسی گفته شده و تحت عنوان کمانش موضعی شناخته می شود.

پدیده کمانش موضعی بیشتر در مورد اعضای ساخته شده (built up) از ورق مطرح است که تحت عناوین تیورورق و یا ستون ورق (باکس) معروف هستند. تیورورق ها به عنوان اعضای اصلی در ساخت پل ها و روگذرها با دهانه های نسبتاً بزرگ، حمال های اصلی سازه های ساختمان های معمولی با دهانه های بزرگ و نیز قاب های سازه های صنعتی (سوله ها) مورد استفاده قرار می گیرند. همچنین در ورق هایی که به عنوان اجزای اتصال در سازه فولادی به کار می روند مانند انواع Stiffener و Gusset Plate کنترل کمانش موضعی الزامی است.

مساله کمانش ورقهای مستطیلی، تحت بارهای انتهایی که در لبه ورق وارد می شوند، یکی از اساسی ترین مسائل پایداری صفحات است. پس از استخراج معادله دیفرانسیل کمانش صفحات توسط سنت و نانت محققان بسیاری به حل مساله کمانش انواع صفحات تحت حالت های مختلف بارگذاری و شرایط لبه ای پرداخته اند، که در بسیاری از مقالات و کتب پایداری صفحات موجود است.

از این رو آیین نامه سازه های فولادی کشورهای مختلف تلاش می کنند تا با محدود کردن نسبت پهنا به ضخامت اجزای فولادی تحت فشار، ضمن مقابله با پدیده کمانش از ظرفیت مقاطع استفاده بهینه بعمل آورند.

هدف از این تحقیق تبیین روابطی است که توسط آن، مقادیر مربوط به محدودیت نسبت پهنای آزاد به

ضخامت در اجزای فشاری در بخش ۱۰-۱-۲ مبحث دهم مقررات ملی ساختمان تدوین شده است.

۱- معیارهای طراحی

در طراحی سازه ها بایستی معیارهایی به عنوان ضوابط و معیارهای طراحی در نظر گرفته شوند و براساس این معیارها، مشخصات و ابعاد هندسی، اعضای سازه را تعیین نمود.

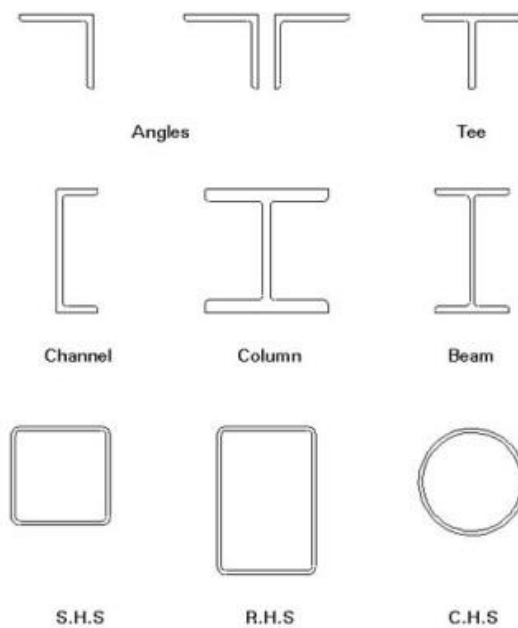
معیارهای کلی که در طرح یک سازه فولادی بایستی در نظر گرفته شوند عبارتند از: مقاومت، پایداری، تغییر مکان، رفتار دینامیکی، خستگی، ترد و شکنندگی، که در این میان دو معیار مقاومت و پایداری از مهمترین معیارهایی هستند که در طراحی کلیه سازه ها بایستی مدنظر قرار داده شوند.

براساس معیار تسلیم فرض می شود، اگر در یک نقطه از سازه تنشهای ناشی از بارهای خارجی به تنش تسلیم فولاد برسد، سازه در آن نقطه مقاومت خود را در مقابل تحمل بار از دست می دهد. ولی ممکن است در بعضی از اعضای سازه و یا در کل سازه قبل از اینکه تنشها براساس معیار مقاومت به حد تنش تسلیم برسند یا در نقاط مختلف سازه مفاصل پلاستیک تا آستانه انهدام تشکیل شوند، کمانش یا ناپایداری ورق اتفاق بیفتد، که در این صورت معیار کنترل کننده طراحی، پایداری سازه خواهد بود. آئین نامه AISC به صورت مناسبی دو معیار مقاومت و پایداری را بررسی و ترکیب می کند و از حاصل آنها مقادیری برای تنشهای مجاز براساس هر دو معیار ارائه می دهد.

بند ۱۰-۱-۱-۲-۱ مبحث دهم اذعان می دارد: علاوه بر تأمین ضوابط مربوط به مقاومت و صلبیت، اعضای سازه باید طوری طراحی و محاسبه شوند که دارای ظرفیت شکل پذیری لازم در برابر بارهای وارده باشند و در عین حال پایداری کلی آنها به طور مطمئن تأمین شده باشد.

۲- فولاد و نیمرخ های ساختمانی

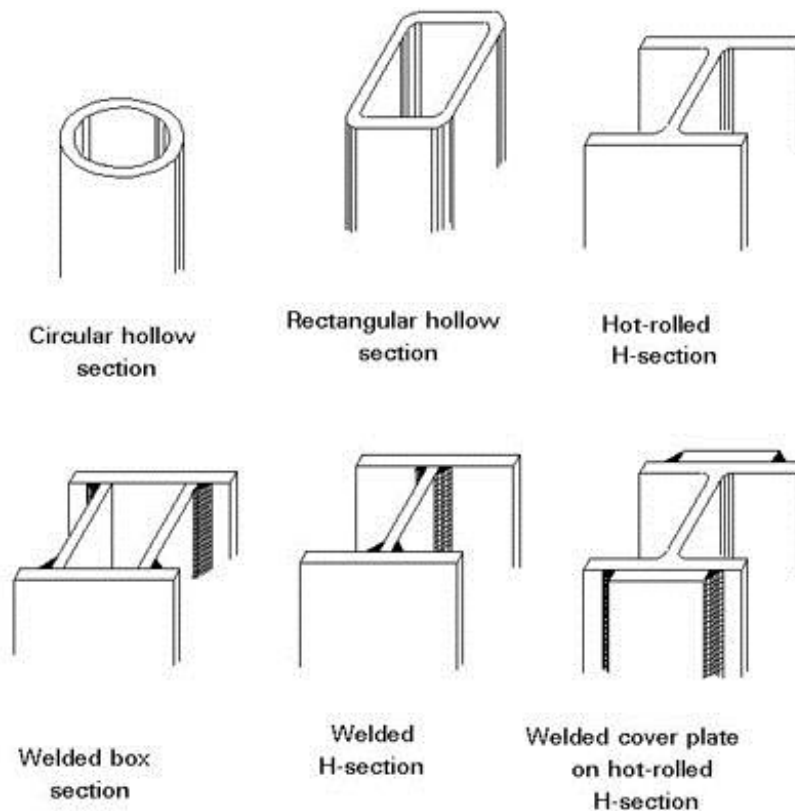
فولاد از مهمترین مصالح ساختمانی است و چون عنصری نسبتاً یکنواخت و همگن است از آن در مهندسی سازه به عنوان عنصر باربر به فراوانی استفاده می شود. از مشخصات مهم فولاد که آن را نسبت به سایر مصالح ساختمانی متمایز ساخته است، مقاومت بالا، شکل پذیری و یکسان بودن مقاومت آن در فشار و کشش می باشد. برای استفاده از فولاد به عنوان عضو ساختمانی باید آن را به شکل مناسب درآورد. برای فرم دادن فولاد از نورد گرم استفاده می شود. که طی آن شمشهای فولادی تفتیده از میان غلتکهای مخصوصی عبور داده شده تا شکل مورد نظر بدست آید. هر یک از نیمرخها در اندازه و مشخصات هندسی متعددی تولید می شوند که برخی از انواع متداول آنها در شکل زیر آمده است.



همچنین در ساخت سازه های فولادی با توجه به عملکردی که از لحاظ مقاومت و شکل پذیری از آن انتظار می رود، انواع مختلف فولاد استفاده می شود. فولادهایی که برای مصارف ساختمانی بکار می روند اغلب از نوع فولاد نرم معمولی با درصد کربن کمتر از ۰/۳٪ است. هنگامی که کاهش وزن سازه فولادی دارای اهمیت بیشتر باشد برای ساخت مقاطع ظریف از فولادهای با مقاومت بالا و درصد کربن زیادتر استفاده می شود

که پدیده ناپایداری موضعی در سازه های فولادی که از این نوع فولاد استفاده می شود از معیارهای اصلی طراحی می باشد.

اعضای ساختمانی با توجه به نیروی داخلی شان به اعضای کششی، فشاری، خمشی و فشاری-خمشی طبقه بندی می شوند. برای استفاده مؤثر از مصالح، با تجربه و تئوری برای هر یک از اعضای فوق، نیمرخ های مناسبی متداول شده است. نیمرخ های مصرفی ممکن است به صورت تک و یا مرکب، مشخصات هندسی مورد نظر را تأمین نمایند. با توجه به وجود پدیده کمانش در اعضای فشاری و یا اجزای فشاری سایر اعضاء نیمرخ های مناسب برای این اعضا باید دارای مقطع و شعاع ژیراسیون مناسب باشد.



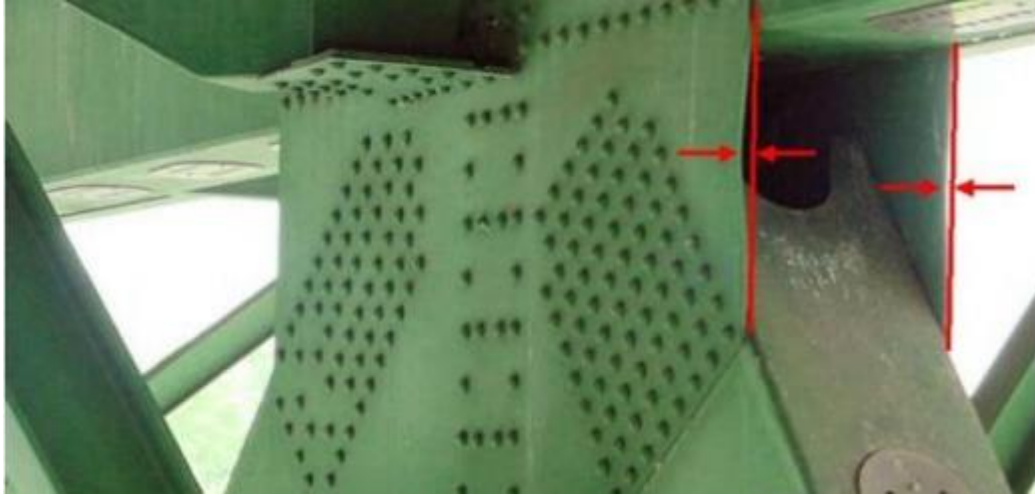
۳- کمانش

Buckling

سازه های جدار نازک به سازه هایی نسبت داده می شوند که اجزای تشکیل دهنده آنها دارای ضخامت بسیار کمتری نسبت به ابعاد دیگرشان باشند، از این رو این عناصر، در رسته سازه های دوبعدی به حساب می آیند. اگر این اجزای دوبعدی، تخت و بدون انحنا باشند، ورق، و در صورتی که در یک یا دو جهت متعامد دارای انحنا باشند، پوسته نامیده می شوند. پوسته های دارای یک انحنا را پوسته های استوانه ای می نامند.

به دلیل نازک بودن این سازه ها، اصولاً مقاومت عمود بر سطح آنها کم است، و بنا بر شاخصه ی فیزیکی شان، نیروهای خارجی را به وسیله ی مقاومت غشایی جذب می کنند. از این رو سازه های جدار نازک معمولاً در ترکیب هایی به کار می روند که از سختی میان صفحه ای شان استفاده گردد.

در اعضای جدار نازک و لاغر که تحت تأثیر نیروی محوری فشاری هستند ممکن است انهدام در سازه قبل از آنکه تنشها در مقطع به حد تنش تسلیم، F_y ، برسند اتفاق بیفتد که در این حالت گفته می شود عضو تحت فشار نا پایدار شده و یا کمانش کرده است. نا پایداری یا کمانش در عضو تحت فشار به صورت کلی یا موضعی و یا ترکیبی از هر دو ممکن است بوجود آید.



کمانش موضعی گاست پلیت



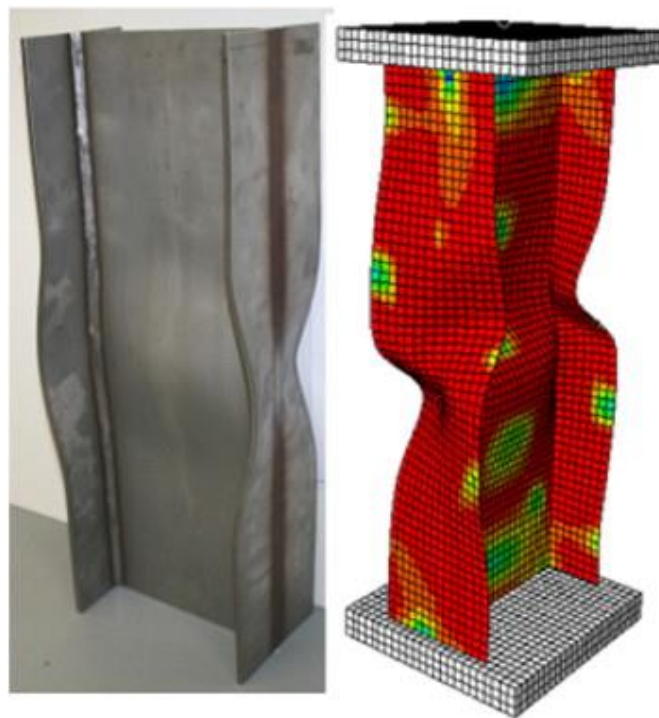
کمانش کلی ستون

۴- ناپایداری موضعی ورق

Local Instability of Plate

یک نیمرخ فولادی ترکیبی از ورقهای فولادی نازک است. این اجزای نازک اگر به عللی مانند خمش یا نیروی محوری تحت تنشهای فشاری قرار گیرند ناپایدار شده و در نتیجه قسمتی از نیمرخ خاصیت باربری خود را ازدست می دهد. به این نوع ناپایداری که در ورقهای تشکیل دهنده مقاطع سازه ای پدید می آید، ناپایداری یا کمانش موضعی می گویند.

در یک نیمرخ فولادی، نسبت عرض به ضخامت هر یک از اجزای بال یا جان باید طوری انتخاب گردد که از این پدیده جلوگیری شود تا بتوان از حداکثر ظرفیت باربری عضو استفاده نمود. البته بایستی توجه نمود که کمانش موضعی یک قسمت از مقطع عضو به معنای انهدام کامل عضو نبوده و قسمتهای باقیمانده مقطع می توانند تنشهای آن قسمت کمانش کرده را بین خود تقسیم نمایند. لذا برای جلوگیری از پدیده کمانش موضعی لازم است نسبت عرض به ضخامت اعضای سازه ای کنترل شود.

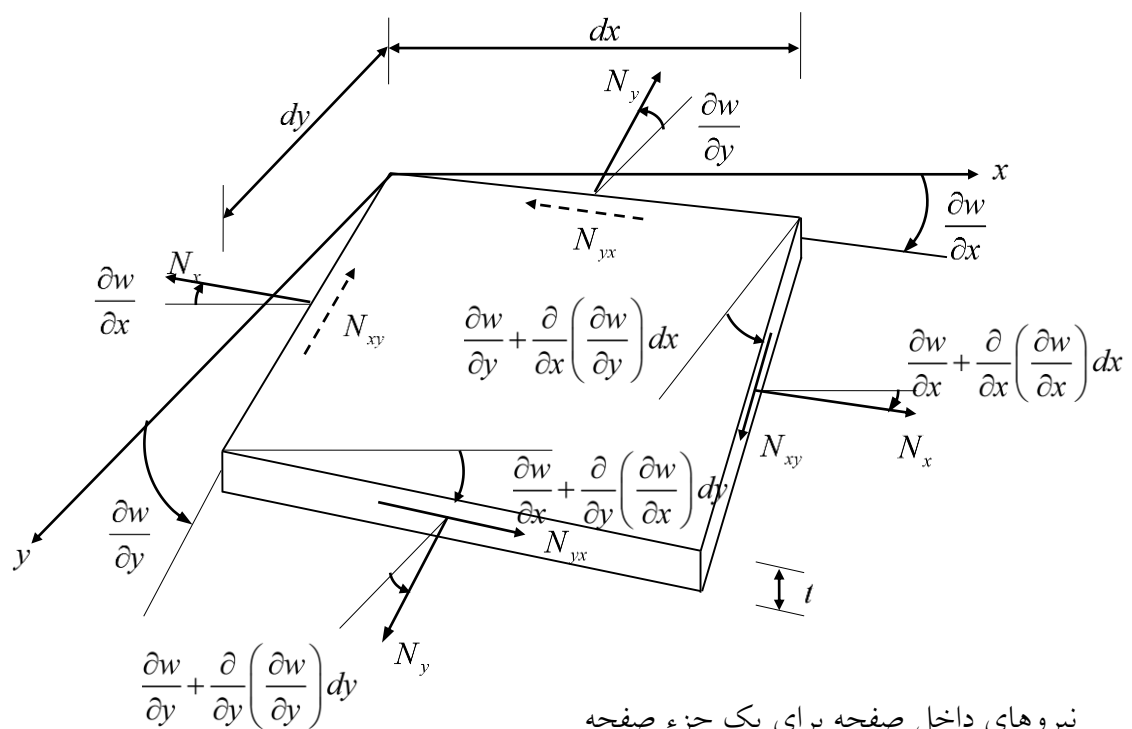


۵- معادله دیفرانسیل صفحات مسطح مستطیلی نازک

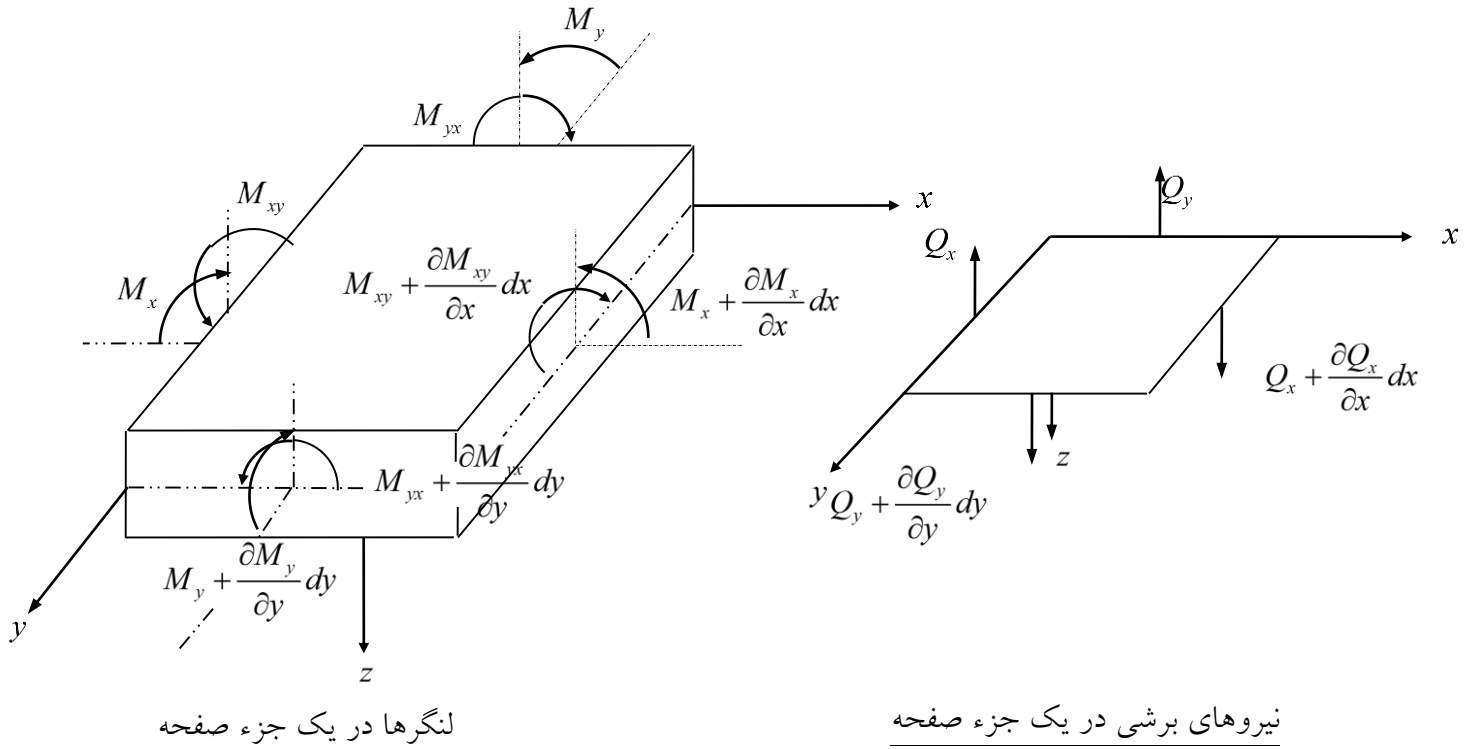
کمانش صفحات شامل خمش در دو صفحه می باشد. از نقطه نظر ریاضی، تفاوت اساسی میان ستونها و صفحات مقادیر تغییر شکل ها و لنگرهای خمشی می باشد، که در ستونها توابعی از یک متغیر مستقل و در صفحات توابعی از دو متغیر مستقل می باشند. در نتیجه رفتار صفحات با معادلات دیفرانسیل جزئی قابل توصیف است، در حالیکه برای توصیف رفتار ستونها معادلات دیفرانسیل معمولی کفایت می نماید.

برای تعیین بار بحرانی داخل صفحه در یک صفحه مسطح به وسیله مفهوم تعادل خنثی، لازم است تا یک معادله تعادل برای صفحه در یک وضعیت کمی خمش یافته داشته باشیم.

یک جزء کوچک در یک چنین وضعیتی تحت تأثیر دو مجموعه از نیروها می باشد: نیروهای داخل صفحه ای معادل با بارهای وارده خارجی و لنگرها و برش هایی که از خمش عرضی صفحه به وجود می آیند. در شکل زیر تمام نیروهای وارده بر روی این جزء کوچک نشان داده شده است.



نیروهای داخل صفحه برای یک جزء صفحه



معادل دیفرانسیل حاکم بر کماتش صفحه تحت تأثیر نیروهای داخل صفحه نرمال N_x, N_y و برشی N_{xy} با
رابط زیر بیان می شود:

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (5-1)$$

W = جابجایی صفحه در جهت عمود بر صفحه در راستای Z

N_x = نیروی فشاری در واحد عرض صفحه و در جهت X

N_y = نیروی فشاری در واحد طول صفحه و در جهت Y

N_{xy} = نیروی برشی در عرض صفحه در جهت های X و Y

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

D = صلیبت خمشی صفحه و مقدار آن برابر است با:

t = ضخامت صفحه

E = مدول الاستیسیته صفحه

ν = ضریب پواسون

در حالتیکه به صفحه فقط نیرو در جهت x وارد شود، معادله دیفرانسیل کمانش صفحه به صورت زیر خلاصه می شود:

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (5-2)$$

حل معادله دیفرانسیل کمانش صفحه با تکیه گاه ساده در چهار طرف

با استفاده از سریهای مثلثاتی برای حل یک معادله دیفرانسیل جزئی و فرض اینکه مقدار جابجایی صفحه در جهت عمود بر آن با سری زیر مشخص شود، داریم:

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (5-3)$$

در رابطه فوق m و n معرف جملات سری فوریه در جهت x و y و w_{mn} میزان جابجایی صفحه در جهت عمود بر صفحه و در نقاط معینی می باشند. با جایگذاری رابطه (۵-۲) در (۵-۱) و پس از ساده سازی یک معادله مقادیر ویژه به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\left[\pi^4 D \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 - N_x \pi^2 \frac{m^2}{a^2} \right] W_{mn} = 0 \quad (5-4)$$

که از حل معادله (۴-۵) بار بحرانی N_x که با N_{cr} نمایش داده می‌شود بدست می‌آید:

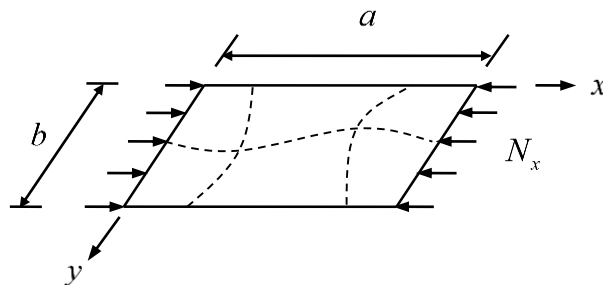
$$N_{cr} = \frac{\pi^2 D}{b^2} \left(\frac{mb}{a} + \frac{n^2 a}{mb} \right)^2 \quad (5-5)$$

حداکثر بار بحرانی N_{cr} هنگامی اتفاق می‌افتد که صفحه با یک نیم موج در جهت y کماتش کند یعنی $n = 1$

در نتیجه:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 D k}{b^2} \quad (5-6)$$

مفهوم فیزیکی این وضعیت آن است که ورق به طریقی کماتش می‌کند که در راستای فشرده‌گی، چند نیم موج می‌تواند داشته باشد ولی در راستای عمود بر آن فقط یک نیم موج می‌تواند داشته باشد.



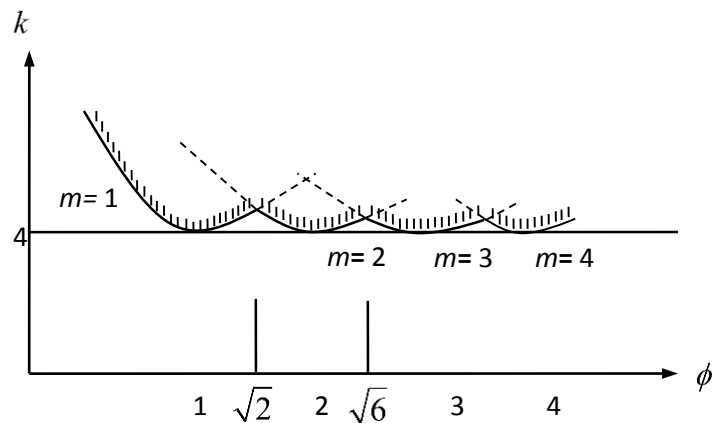
شکل ۵-۱

در رابطه فوق k برابر است با ضریب کماتش صفحه که مقدار آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$k = \left[\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right]^2 = \left[\frac{m}{\phi} + \frac{\phi}{m} \right]^2 \quad (5-7)$$

ضریب k علاوه بر نسبت طول به عرض صفحه به تعداد نیم موجهای سری فوریه در جهت x نیز بستگی دارد.

منحنی تغییرات k بر حسب $\phi = \frac{a}{b}$ برای مقادیر مختلف m در شکل ۵-۱ نشان داده شده است.



شکل ۲-۵ - ضریب کمانش صفحه

با توجه به نمودار درمی یابیم برای m های مختلف، حداقل ضریب بار کمانش زمانی اتفاق می افتد که $m = \phi$ باشد. مثلاً برای نسبت طول به عرض برابر با ۳، این صفحه با ۳ نیم موج کمانش کرده و با استفاده از رابطه

(۷-۵) مقدار k برابر مقدار: $k = \left(\frac{3}{3} + \frac{3}{3}\right)^2 = 4$ بوده و در نتیجه بار بحرانی کمانش برابر است با:

$$N_{cr} = \frac{4\pi^2 D}{b^2} \rightarrow k = 4$$

مقدار k بدست آمده از روش فوق تنها برای حالت خاصی که چهار طرف صفحه تکیه گاه ساده بوده، و صفحه تحت بار گسترده یکنواخت فشاری قرار گرفته صادق است و برای صفحاتی با شرایط مرزی مختلف، با وجود اینکه در مواردی می توان جوابهای دقیق معادله حاکم بر رفتار کمانش ورق را به روش تحلیلی (روش تعادل صفحه) بدست آورد، لیکن مشکلات محاسباتی نظیر همگرایی کند سریها و یا معادلات فوق العاده پیچیده باعث می شود روشهای دیگری نظیر روش های انرژی و یا عددی مانند اجزاء محدود و یا نوارهای محدود را به کار بگیریم.

با یادآوری این که $F_{cr} = \frac{N_{cr}}{t}$ است (برای عرض واحد ورق) رابطه (۶-۵) را می توان به شکل زیر نوشت تا

تنش بحرانی صفحه حاصل شود:

$$F_{cr} = k \frac{\Pi^2 E}{12(1-\nu^2)\left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (5-8)$$

رابطه تنش بحرانی کمانش، F_{cr} ، برای تمام حالات شرایط تکیه گاهی و تنش های مؤثر بر لبه جنبه عمومی داشته و فقط مقدار k برای شرایط مرزی مختلف متفاوت است و این ضریب به شرایط مرزی، نوع بارگذاری و نسبت طول به عرض صفحه بستگی دارد، و برای ورقهای با شرایط گوناگون توسط پژوهشگران متعددی بررسی و تعیین شده است. در رابطه تنش بحرانی کمانش، b برابر لبه ای است که تنش به آن وارد می شود.

۶- کمانش صفحات با شرایط مرزی متفاوت

برای بسیاری از شرایط مرزی دیگر نمی توان مانند حالت تکیه گاه های ساده در چهار لبه و تحت اثر بارهای فشاری یکنواخت تک محوری در صفحه تابع تغییر مکان ساده ای مانند قبل به دست آورد و حل دقیقی مانند رابطه (۵-۸) پیدا نشده است. در چنین شرایطی، حل های تقریبی با استفاده از روش های انرژی یا عددی به دست می آید.

۷- روش های انرژی در حل معادله دیفرانسیل صفحات

اصول انرژی جایگزین مناسبی برای معادلات تعادل، روابط تنش - کرنش و معادلات کرنش - تغییر مکان در فرمول سازی معادلات دیفرانسیل حاکم اجسام الاستیک، مانند صفحات و پوسته ها است.

یکی از مفیدترین ویژگی های استفاده از اصول انرژی، دستیابی به شرایط مرزی طبیعی جسم است که در روش قبل امکان پذیر نبود. اصول انرژی، ضمن اینکه به عنوان یک جایگزین مطرح است، بیشترین کاربرد را در ارائه حل های تقریبی مسایل الاستیسیته دارد. این روش ها ضمن آسانی و سرعت، قابلیت حل مسایل با شرایط هندسی و بارگذاری مشکل را نیز دارند.

بنابراین هنگامی که تیرها، صفحات و پوسته های با مقاطع متغیر پیوسته و مقاطع با ضخامت متغیر غیر پیوسته، بارهای ناپیوسته و همچنین پوسته های حلقوی مورد بررسی قرار می گیرند، اصول انرژی بیشترین کاربرد را خواهند داشت. در مکانیک جامدات، اصول انرژی بر سه نوع اند: کمینه انرژی پتانسیل، کمینه انرژی مکمل و تئوری ریسر، که اصل کمینه انرژی پتانسیل در مسائل غیر پیچیده کاربرد بیشتری دارد.

اصل کمینه انرژی پتانسیل زمانی بیشترین کاربرد را خواهد داشت که نتوان معادلات دیفرانسیل حاکم را قانونمند نمود و یا شکل تغییر مکان را حدس زد و یا شرایط مرزی منطقی را تعیین کرد. در این حالت، با فرض قابل قبولی برای تغییر مکان ها، می توان به حل تقریبی رسید. بایستی به این نکته توجه نمود که در استفاده از روش کمینه انرژی پتانسیل، باید تابع تغییر شکلی انتخاب نمود تا حداقل شرایط مرزی هندسی شامل تابع تغییر مکان و مشتق اول را ارضا نماید تا نتیجه کار منجر به جواب قابل قبول تقریبی گردد. برای بهبود کیفیت و دقت بیشتر، لازم است تابعی که تمام شرایط مرزی را ارضا نماید تعیین شود. اگر بتوان تابعی انتخاب نمود که تمام

شرایط مرزی را ارضاء نماید و معادلات دیفرانسیل حاکم هم حل گردد، طبیعتاً جواب به دست آمده دقیق خواهد بود.

۸- کاربرد روش انرژی در محاسبه بار بحرانی کمانش ورق ها

برای به کارگیری روش انرژی باید یک تابع تغییر شکل مناسب در نظر گرفت. برای ورق مورد نظر در شکل (۱-۵) و با توجه به شرایط تکیه گاهی چهار طرف ساده ی آن، معادله ی زیر به عنوان تابع تغییر شکل در نظر گرفته می شود:

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (8-1)$$

در این رابطه، w_{mn} خیز مرکزی ورق می باشد. انرژی کرنشی ورق به صورت زیر محاسبه می شود:

$$U = \int_0^a \int_0^b du \, dx dy = \frac{Dab}{8} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn}^2 \left(\frac{m\pi^2}{a} + \frac{n\pi^2}{b} \right)^2 \quad (8-2)$$

کار انجام شده توسط نیروهای خارجی برابر با حاصل ضرب نیرو در جا به جایی لبه ی ورق است. نیروی محوری اعمال شده بر یک جزء کوچک برابر $(N_x dy)$ و جابه جایی لبه ی ورق برابر است با:

$$\delta = \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) dx - dx = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \quad (8-3)$$

بدین ترتیب کار انجام شده به صورت زیر خواهد بود:

$$V = \frac{1}{2} N_x \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy \quad (8-4)$$

با قرار دادن w از (۱-۸) در رابطه ی (۴-۸)، کار خارجی برابر می شود با:

$$V = \frac{\pi^2 b}{8a} N_x \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} m^2 w_{mn}^2 \quad (8-5)$$

با برابر قرار دادن کار انجام شده توسط نیروی محوری فشاری و انرژی کرنشی در لحظه ی کمانش، معادله ی زیر نتیجه می شود:

$$\frac{Dab}{8} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn}^2 \left(\frac{m\pi^2}{a^2} + \frac{n\pi^2}{b^2} \right)^2 = \frac{\pi^2 b}{8a} N_x \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} m^2 w_{mn}^2 \quad (8-6)$$

کمترین مقدار N (بار کمانشی) زمانی به دست می آید که همه ی ضرایب w_{mn} به جز کوچکترین آن برابر صفر قرار داده شوند. بدیهی است کمترین مقدار بار، معادل بار بحرانی یا بار کمانشی ورق می باشد.

$$N_{cr} = \frac{a^2 D}{\pi^2 m^2 t} \left(\frac{m\pi^2}{a^2} + \frac{n\pi^2}{b^2} \right)^2 \quad (8-7)$$

و این برابر رابطه (۵-۵) است که پیشتر با استفاده از روش تعادل بدست آمد.

۹- تعیین بار بحرانی کمانش ورق ها با شرایط مرزی مختلف

ورق های تشکیل دهنده مقاطع فولادی شرایط مرزی تعریف شده ای ندارند و بسته به نسبت طول به ضخامت ورق های متصل به آنها می توانند شرایط مرزی متفاوتی داشته باشند.

ضریب کمانش موضعی ورق، k ، با بهبود درجه گیرداری لبه های ورق افزایش می یابد. پژوهشگران نشان داده اند که شرایط مرزی لبه های بارگذاری شده ورقهای طویل، تأثیر بسیار کمی در ضریب k دارند، در حالیکه لبه های کناری ورق تأثیر بسیار زیادی در ضریب k و در نتیجه در تنش بحرانی ورق دارند، چون با توجه به رابطه مستقیم k با تنش بحرانی، افزایش آن باعث افزایش F_{cr} و در نتیجه افزایش باربری می گردد. با توجه به معادله اساسی کمانش صفحه تحت اثر بار یکنواخت فشاری که با رابطه:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (9-1)$$

بیان شد، برای تعیین بار بحرانی کمانش می توان با استفاده از روش لوی تغییر مکان ها را به شکل زیر فرض نمود:

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} f(y) \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (9-2)$$

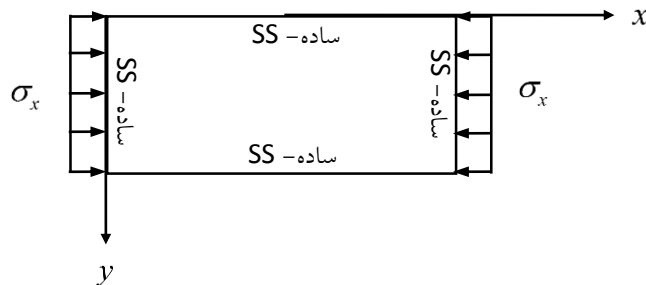
که با جایگذاری مقدار (۹-۲) در معادله اساسی صفحه، (۹-۱)، معادله دیفرانسیلی بدست می آید که جواب آن:

$$f(y) = A \cosh \alpha y + B \sinh \alpha y + C \cos \beta y + E \sin \beta y \quad (9-3)$$

می باشد. در واقع به یک معادله برای بیان جا به جایی های صفحه می رسیم که با لحاظ کردن شرایط مرزی

هندسی و فیزیکی، ثوابت و در نتیجه بار بحرانی کمانش به دست می آید.

۹-۱- کمانش محوری یک ورق تحت تنش محوری فشاری با چهار انتهای ساده



شکل ۹-۱: ورق با لبه های طولی ساده و لبه عرضی ساده

با توجه به معادله دیفرانسیل تعادل ورق برای این حالت داریم:

$$\nabla^4 w = \frac{-\sigma_x t}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (9-1-1)$$

فرض می گردد ورق در m نیم موج سینوسی در جهت طولی کمانش نماید. در جهت عرضی y سطح تغییر مکان ورق کمانش کرده با تابع $f(y)$ تعریف می شود که در مراحل بعد بتوان از آن در شرایط تکیه گاهی دیگر استفاده نمود. بنابراین تابع تغییر شکل ورق به صورت کلی (۹-۱-۲) بیان می گردد:

$$w = f(y) \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (9-1-2)$$

W بایستی در معادله دیفرانسیل جزئی کمانش صفحه صدق کند بنابراین، با قرار دادن W در رابطه (۹-۱-۱)، معادله ی زیر به دست می آید:

$$\frac{d^4 f(y)}{dy^4} - \frac{2m^2\pi^2}{a^2} \frac{d^2 f(y)}{dy^2} + \left[\frac{m^4\pi^4}{a^4} - \frac{\sigma_x t}{D} \frac{m^2\pi^2}{a^2} \right] f(y) = 0 \quad (9-1-3)$$

جواب معادله ی دیفرانسیل درجه چهار (۹-۱-۳) به صورت زیر است:

$$f(y) = A_1 \cosh \alpha y + A_2 \sinh \alpha y + A_3 \cos \beta y + A_4 \sin \beta y \quad (9-1-4)$$

که در آن ضرایب α و β به صورت زیر تعریف شده اند:

$$\alpha = \sqrt{\frac{m^2\pi^2}{a^2} + \sqrt{\frac{\sigma_{xt}}{D} \frac{m^2\pi^2}{a^2}}} \quad (9-1-5)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{-m^2\pi^2}{a^2} + \sqrt{\frac{\sigma_{xt}}{D} \frac{m^2\pi^2}{a^2}}}$$

این ورق در دو لبه ی طولی خود دارای تکیه گاه ساده است، پس می توان شرایط مرزی زیر را در نظر گرفت تا پس از جایگزینی رابطه (۹-۱-۴) در رابطه ی خیز (۹-۱-۱)، چهار معادله برای محاسبه ضرایب ثابت A به دست آید.

$$y = 0 \rightarrow w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

$$y = b \rightarrow w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (9-1-6)$$

دستگاه چهار معادله چهار مجهولی به دست آمده را می توان به صورت زیر نشان داد:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ \cosh \alpha b & \sinh \alpha b & \cos \beta b & \sin \beta b \\ \gamma^2 & 0 & -\delta^2 & 0 \\ \gamma^2 \cosh \alpha b & \gamma^2 \sinh \alpha b & -\delta^2 \cos \beta b & -\delta^2 \sin \beta b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{Bmatrix} = 0 \quad (9-1-7)$$

که در آن:

$$\gamma^2 = \alpha^2 - \nu \frac{m^2\pi^2}{a^2}$$

$$\delta^2 = \beta^2 + \nu \frac{m^2\pi^2}{a^2} \quad (9-1-8)$$

با قرار دادن دترمینان ماتریس ضرایب دستگاه معادلات (۹-۱-۷) برابر با صفر به جواب غیربدیهی:

$$-(\gamma^2 + \delta^2)^2 \sinh \alpha b \sin \beta b = 0 \quad (9-1-9)$$

می رسمیم. دو پارامتر مهم و بدون بعد ضریب کمانش (k) و نسبت جانبی (φ) به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\varphi = \frac{a}{b} \quad (9-1-10)$$

$$k = \frac{\sigma_x t b^2}{\pi^2 D} \quad (9-1-11)$$

نسبت جانبی ورق (φ) معادل نسبت طول (بعد بدون بار) به عرض ورق است و ضریب کمانشی (k) علاوه بر بارگذاری، بستگی به نسبت جانبی و همچنین شرایط تکیه گاهی ورق دارد. بدین ترتیب روابط (۹-۱-۵) به صورت زیر بازنویسی می شوند:

$$p = \alpha b = \sqrt{\frac{m\pi^2}{\varphi} \left(\sqrt{k} + \frac{m}{\varphi} \right)} \quad (9-1-12)$$

$$q = \beta b = \sqrt{\frac{m\pi^2}{\varphi} \left(\sqrt{k} + \frac{m}{\varphi} \right)}$$

در ادامه، پارامترهای I و S به صورت زیر تعریف می شوند:

$$r^2 = \gamma^2 b^2 \quad (9-1-13)$$

$$s^2 = \delta^2 b^2$$

معادلات زیر با استفاده از روابط (۹-۱-۸) و (۹-۱-۱۳) به دست می آیند.

$$r^2 = p^2 - \frac{vm^2\pi^2}{\varphi^2} \quad (9-1-14)$$

$$s^2 = q^2 + \frac{vm^2\pi^2}{\varphi^2}$$

با جمع دو رابطه بالا و استفاده از رابطه ی (۹-۱-۱۲) خواهیم داشت:

$$r^2 + s^2 = p^2 + q^2 = \frac{2m\pi^2}{\varphi} \sqrt{k} \quad (9-1-15)$$

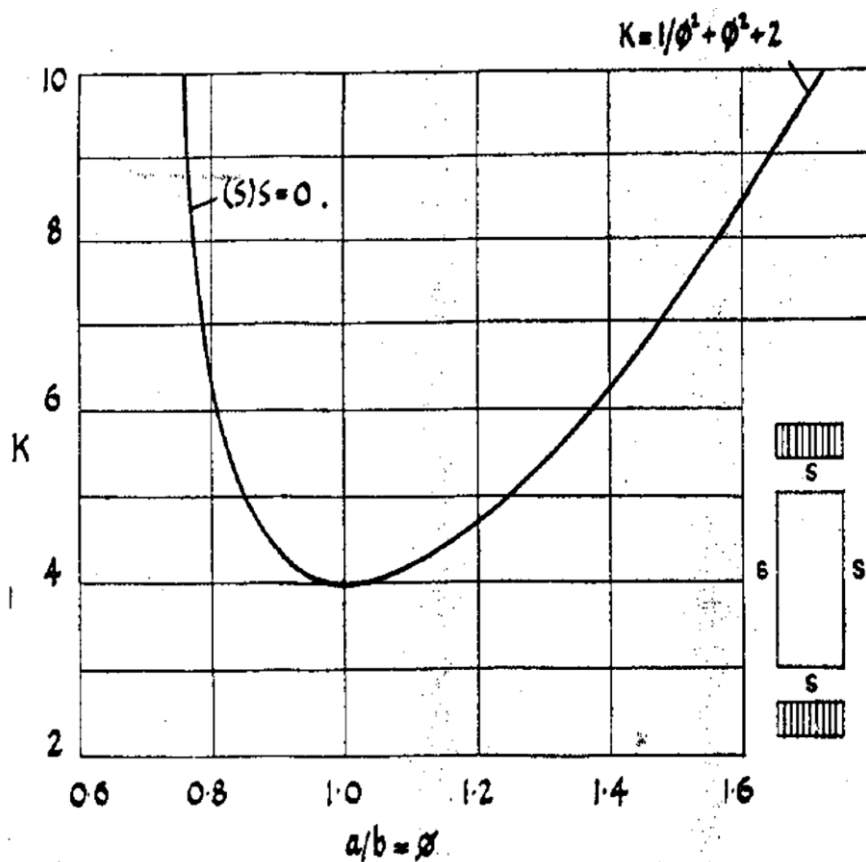
با تقسیم رابطه ی (۹-۱-۱۵) بر b^2 و استفاده از رابطه (۹-۱-۱۸)، معادله ی (۹-۱-۱۹) با فرض $m = 1$ به صورت رابطه زیر درمی آید:

$$\frac{4k\pi^4}{\varphi^2 b^4} \sinh \sqrt{\frac{\pi^2}{\varphi} \left(\sqrt{k} + \frac{1}{\varphi} \right)} \sin \sqrt{\frac{\pi^2}{\varphi} \left(\sqrt{k} - \frac{1}{\varphi} \right)} = 0 \quad (9-1-16)$$

با حل معادله بالا رابطه ای بین ضریب کمانشی k و نسبت جانبی ورق که بیانگر تنش بحرانی ورق برای حالت خاص $m = 1$ (یعنی کمانش در یک نیم موج در جهت طولی) می باشد، مطابق زیر به دست می آید.

$$k = \frac{1}{\varphi^2} + \varphi^2 + 2 \quad (9-1-17)$$

با رسم نمودار ضریب کمانشی k بر حسب نسبت جانبی ورق در رابطه (۹-۱-۱۷) منحنی نشان داده شده در شکل (۹-۱-۱) به دست می آید.



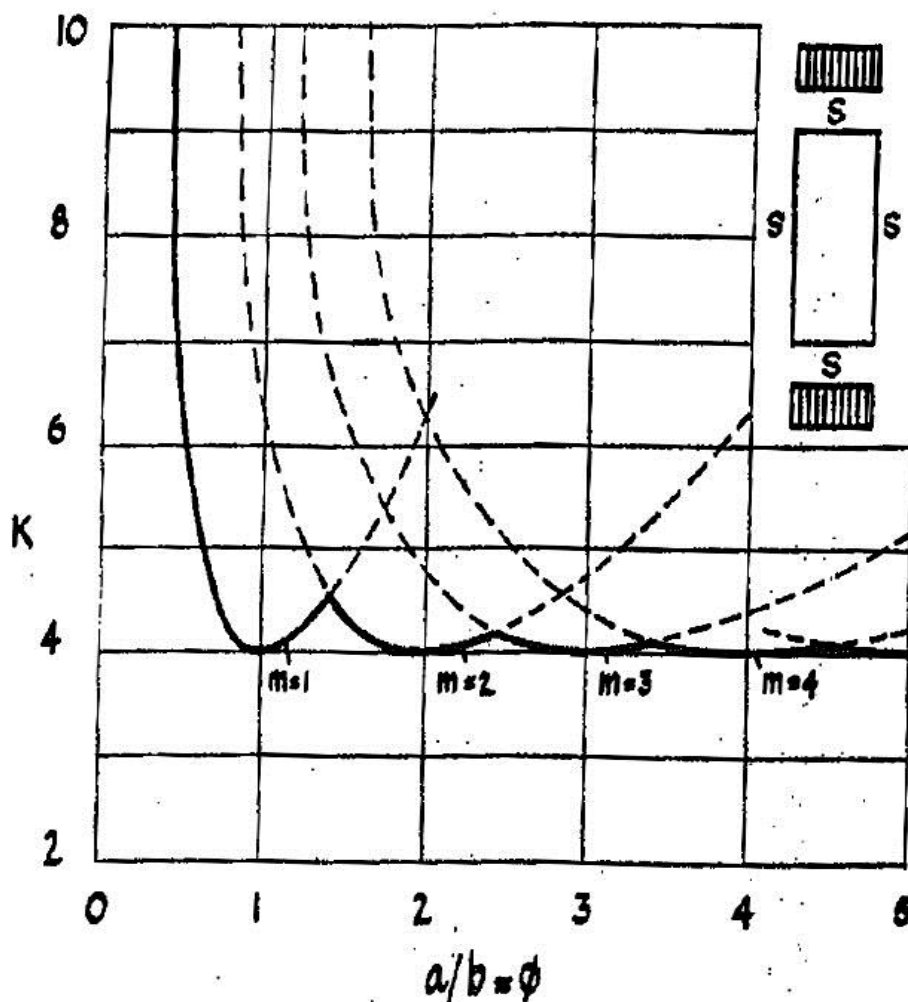
شکل ۹-۱-۱ منحنی ضریب کمانش ورق با چهارلبه ساده

بر اساس منحنی شکل (۹-۱-۹)، با فرض $m = 1$ ، حداقل ضریب بار کمانشی در $\phi = 1$ یعنی در

یک ورق مربع شکل به دست می آید و مقدار آن نیز برابر $k_{\min} = 4$ می باشد. با به دست آوردن ضریب بار

کمانشی، می توان رابطه (۹-۱-۹) را برای محاسبه ی تنش بحرانی ورق به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\sigma_{cr} = \frac{k_{\min} \pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (9-1-18)$$

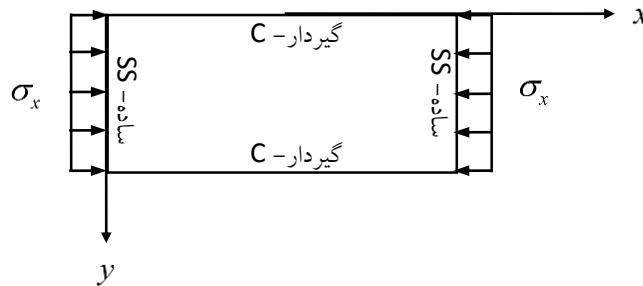


شکل ۹-۱-۲ ضریب کمانش ورق با چهارلبه ساده

۹-۲-۲- کمانش محوری یک ورق تحت تنش محوری فشاری با لبه های طولی گیردار

شرایط انتهایی ورق هایی که در دو لبه ی طولی خود دارای شرایط مرزی گیردار (شکل ۹-۲-۱) باشند،

به صورت زیر تعریف می شود:



شکل ۹-۲-۱: ورق با لبه های طولی گیردار و لبه های عرضی ساده

$$\begin{aligned} y = 0 & \rightarrow w = 0, \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \\ y = b & \rightarrow w = 0, \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (9-2-1)$$

تابع تغییر شکل ورق مانند حالت (۹-۱)، به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$w = (A_1 \cosh \alpha y + A_2 \sinh \alpha y + A_3 \cos \beta y + A_4 \sin \beta y) \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (9-2-2)$$

با قرار دادن این رابطه ی خیز در شرایط تکیه گاهی (۹-۲-۱) چهار رابطه مطابق ماتریس (۹-۲-۳) به دست می

آید که به وسیله ی آن می توان به ضرایب A_1 تا A_4 دست یافت.

ضرایب α ، β ، p و q در بخش مربوط به حالت (۹-۱) تعریف شده اند. برای حل غیربدیهی باید دترمینان

ماتریس زیر برابر صفر قرار داده شود.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & p & 0 & q \\ p \sinh p & 0 & -q \sin q & q \cos q \\ \cosh p & \sinh p & \cos q & \sin q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{Bmatrix} = 0 \quad (9-2-3)$$

$$2pq[1 - (\cosh p)(\cos q)] + (p^2 - q^2)(\sinh p)(\sin q) = 0 \quad (9-2-4)$$

حل معادله فوق که با استفاده از روش های عددی انجام شده، به صورت منحنی خط پر در شکل (۲-۹) -

(۲-۹) آورده شده است. کمترین مقدار ضریب بار کمانشی در این حالت برابر $k_{\min} = 6.97$ می باشد که در نسبت جانبی $\varphi = 0.66$ به دست آمده است.

در تحلیل همین مسئله با استفاده از روش انرژی، مطابق معمول ابتدا باید یک تابع تغییرشکل مناسب برای ورق انتخاب نمود و سپس روابط انرژی کرنشی و کار انجام شده را نوشت.

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sin \frac{m\pi x}{a} \left(w_n \sin^2 \frac{n\pi x}{b} \right) \right] \quad (9-2-5)$$

انرژی کرنشی خمشی و کار انجام شده توسط نیروهای وارده، با قرار دادن w در روابط U و V به صورت زیر به دست می آیند:

$$U = \frac{D\pi^4}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[w_n^2 \left(\frac{3m^4 b}{16a^3} + \frac{n^4 a}{b^3} + \frac{m^2 n^2}{2ab} \right) \right] \quad (9-2-6)$$

$$V = \frac{\sigma t \pi^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} w_n^2 \left(\frac{3m^2 b}{16a} \right)$$

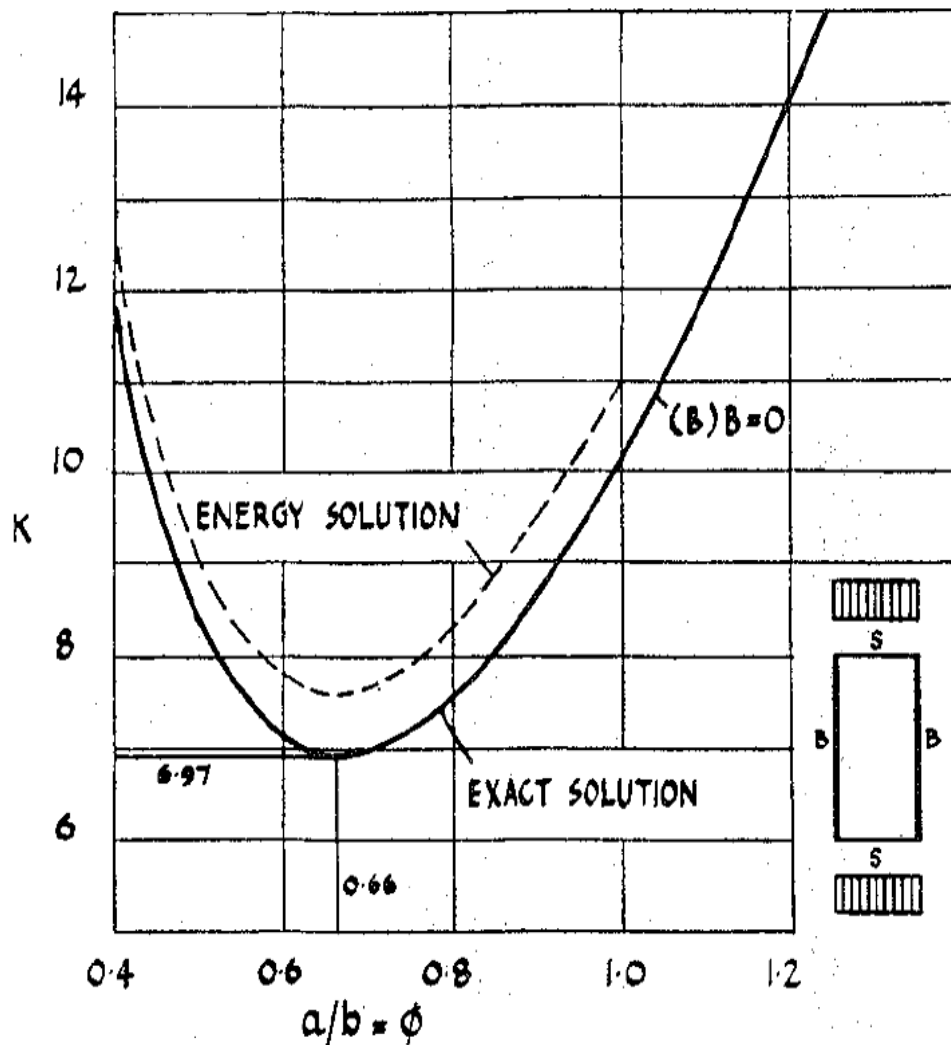
از تساوی دو رابطه ی اخیر، رابطه ی تنش بحرانی محاسبه می گردد.

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 D}{tb^2} \left(\frac{m^2}{\varphi^2} + \frac{16}{3} \frac{\varphi^2}{m^2} + \frac{8}{3} \right) \quad (9-2-7)$$

بنابراین با توجه به رابطه ی (۷-۲-۹) ضریب بار کمانشی اینگونه ورق ها برابر می شود با:

$$k = \frac{m^2}{\varphi^2} + \frac{16}{3} \frac{\varphi^2}{m^2} + \frac{8}{3} \quad (9-2-8)$$

نمودار تغییرات k برای حالت $m = n = 1$ به روش انرژی به صورت خط چین در شکل (۹-۲-۲) نشان داده شده است. در این روش کمترین مقدار ضریب بار کمانشی $k_{\min} = 7.3$ می شود که در مقایسه با مقدار به دست آمده از روش تعادل اندکی بیشتر است.

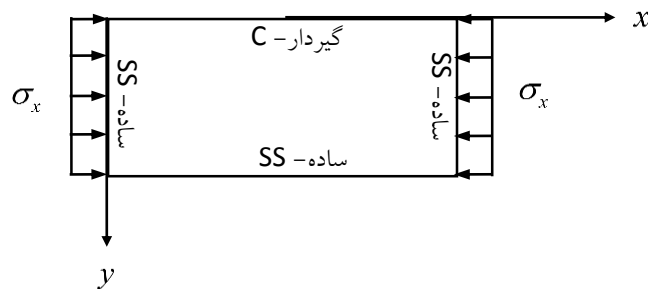


شکل ۹-۲-۲ ضریب کمانش ورق با لبه های طولی گیردار

۹-۳- کمانش محوری یک ورق تحت تنش محوری فشاری با لبه های طولی گیردار - ساده

این حالت شرایط تکیه گاهی، که در شکل (۹-۳-۱) نشان داده شده است، در واقع عملکردی بین دو

حالت قبلی دارد و انتظار می رود ضریب بار کمانشی آن بیشتر از ۴ و کمتر از ۷ باشد.



شکل ۹-۳-۱: ورق با لبه های طولی گیردار - ساده و لبه های عرضی ساده

شرایط انتهایی برای ورق مورد نظر به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 y = 0 \quad &\rightarrow \quad w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \\
 y = b \quad &\rightarrow \quad w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0
 \end{aligned}
 \tag{9-3-1}$$

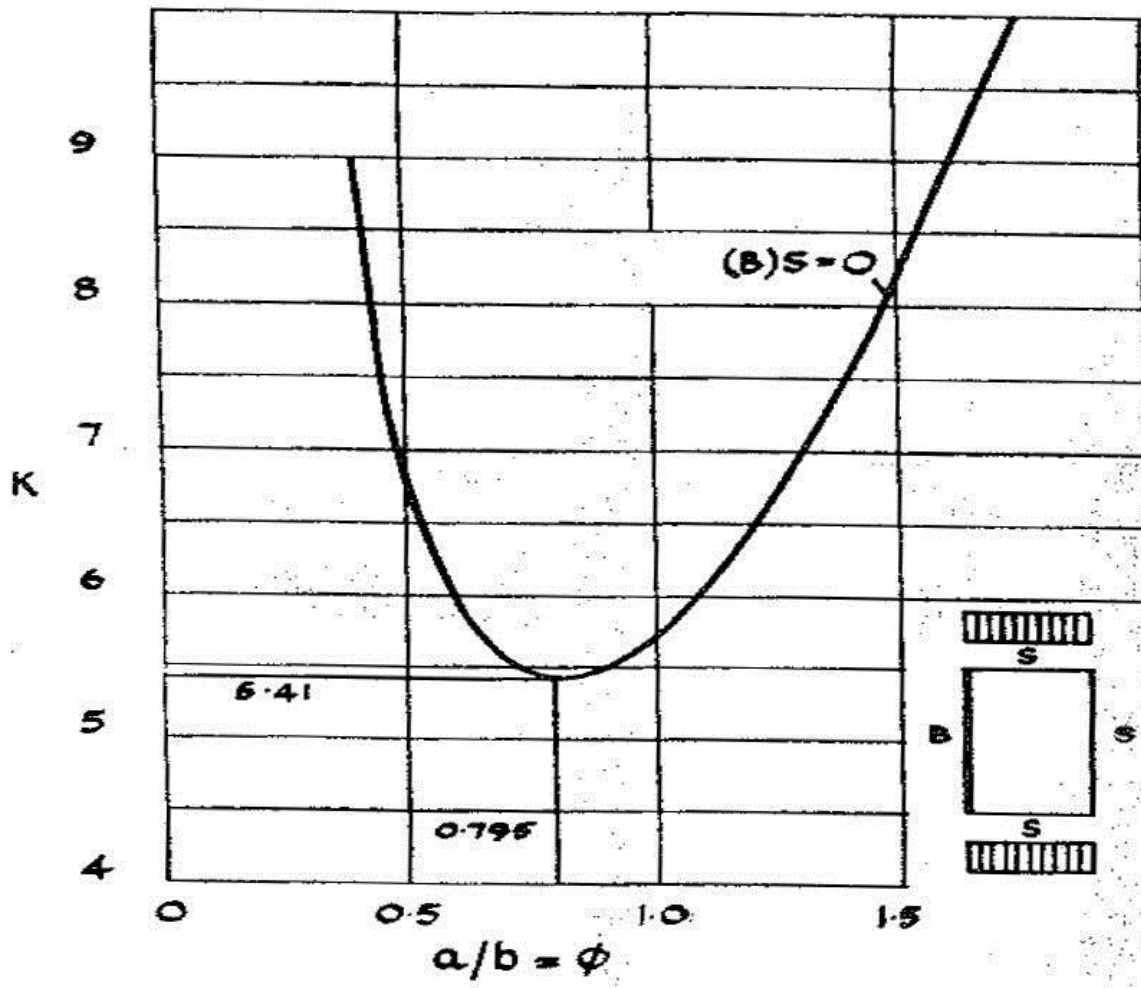
با قرار دادن w از رابطه ی (۹-۲-۲) در شرایط انتهایی (۹-۳-۱) یک دستگاه چهار معادله چهار مجهولی به

دست می آید، که با صفر قرار دادن دترمینان ماتریس آن به معادله ی زیر می رسیم:

$$(r^2 + s^2)[q(\sinh p)(\cos q) - p(\cosh p)(\sin q)] = 0
 \tag{9-3-2}$$

با حل معادله ی فوق، کمترین ضریب بار کمانشی در نسبت جانبی $\phi = 0.795$ و برابر $k_{\min} = 5.41$ به

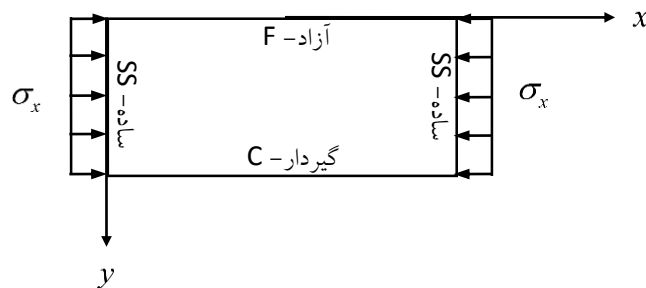
دست می آید که تقریباً میانگین دو حالت قبلی است.



شکل ۲-۳-۹ ضریب کماتش ورق باله های طولی گیردار- ساده

۹-۴-۱- کمانش محوری یک ورق تحت تنش محوری فشاری با لبه های طولی گیردار - آزاد

این حالت شرایط تکیه گاهی در شکل (۹-۴-۱) نشان داده شده است. نبود تکیه گاه، منجر به آزادی کامل لبه ی ورق شده و انتظار می رود بار کمانشی آن به شدت کاهش یابد. در واقع اگر دو لبه روبروی ورق آزاد باشند، عملکرد آن دیگر به صورت ورق نبوده، بلکه بیشتر شبیه یک عضو تک محوری فشاری و ستون عمل می کند.



شکل ۹-۴-۱: ورق با لبه های طولی گیردار - آزاد و لبه های عرضی ساده

ورق مورد نظر دارای شرایطی تکیه گاهی گیردار و آزاد در لبه های طولی بوده و شرایط انتهایی برای ورق مورد نظر به صورت زیر است:

$$y = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} = 0$$

$$y = b \rightarrow w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0$$

(9-4-1)

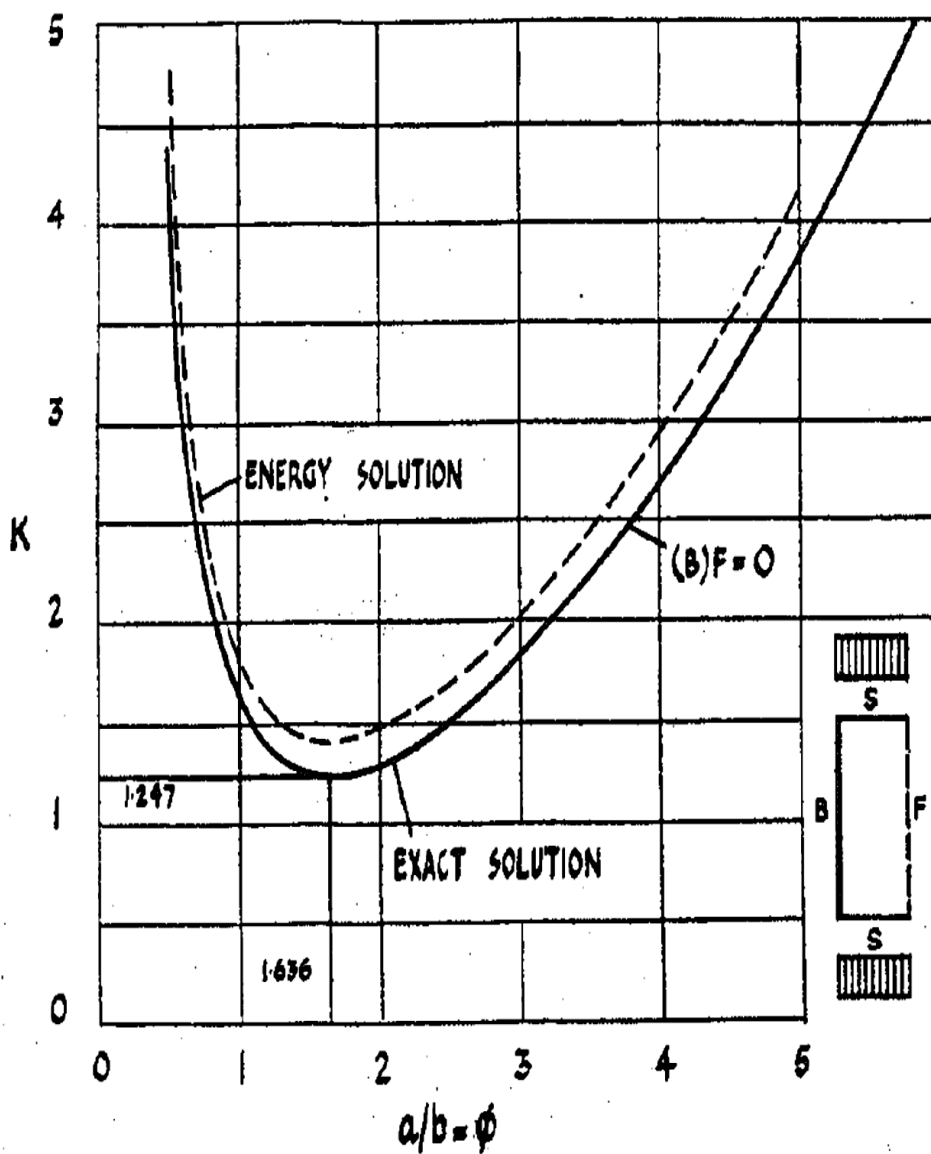
در اینجا نیز با مساوی صفر قرار دادن دترمینان ماتریس مربوط به ضرایب تابع تغییر شکل، رابطه ی زیر به دست می آید:

$$2pqr^2s^2 + pq(r^4 + s^4)(\cosh p)(\cos q) + (q^2r^4 - p^2s^4)(\sinh p)(\sin q) = 0$$

(9-4-2)

با تحلیل این ورق با روش انرژی و فرض $m = 1$ ، رابطه ی زیر برای ضریب بار کمانش به دست می آید. کمترین مقدار بار کمانشی در $\varphi = 1.636$ و برابر $k_{\min} = 1.247$ می گردد. با استفاده از روش عددی تیموشنکو برای $\varphi = 1.635$ مقدار k را برابر $1/328$ به دست آورده است.

$$k = \frac{1}{\varphi^2} + \frac{\varphi^2}{16(3\pi - 8)} + \frac{\pi - 4\nu}{2(3\pi - 8)} \quad (9 - 4 - 3)$$



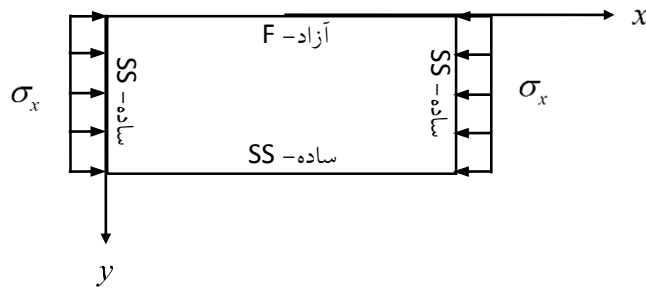
شکل ۹-۴-۲ ضریب کمانش ورق بالبه های طولی گیردار- آزاد

۹-۵-۰- کمانش محوری یک ورق تحت تنش محوری فشاری با لبه های طولی ساده - آزاد

در این حالت که در شکل (۹-۵-۱) ملاحظه می شود، سه وجه ورق به صورت ساده نگهداشته شده و

لبه ی طولی چهارم آزاد است. همان گونه که در حالت قبلی مشاهده گردید، وجود لبه ی آزاد به شدت ظرفیت

کمانشی ورق را کاهش می دهد و در این حالت انتظار می رود بار کمانشی کاهش بیشتری داشته باشد.



شکل ۹-۵-۱: ورق با لبه های طولی ساده - آزاد - لبه های عرضی ساده

شرایط انتهایی ورق نشان داده شده در شکل (۹-۵-۱) به شرح زیر می باشد:

$$\begin{aligned}
 y = 0 & \rightarrow \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} = 0 \\
 y = b & \rightarrow w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0
 \end{aligned} \tag{9-5-1}$$

از حل این مسأله به روش مشابه حالت های قبلی، رابطه ی زیر به دست می آید:

$$(r^2 + s^2)[qr^4(\sinh p)(\cos q) - ps^4(\cosh p)(\sin q)] = 0 \tag{9-5-2}$$

جواب این رابطه را می توان با فرض $m = 1$ توسط منحنی شکل (۹-۵-۲) نمایش داد. همان طور که ملاحظه

می شود، در این حالت شکل منحنی تغییر کرده و ضریب بار کمانش با افزایش ϕ به سمت مقدار ثابت

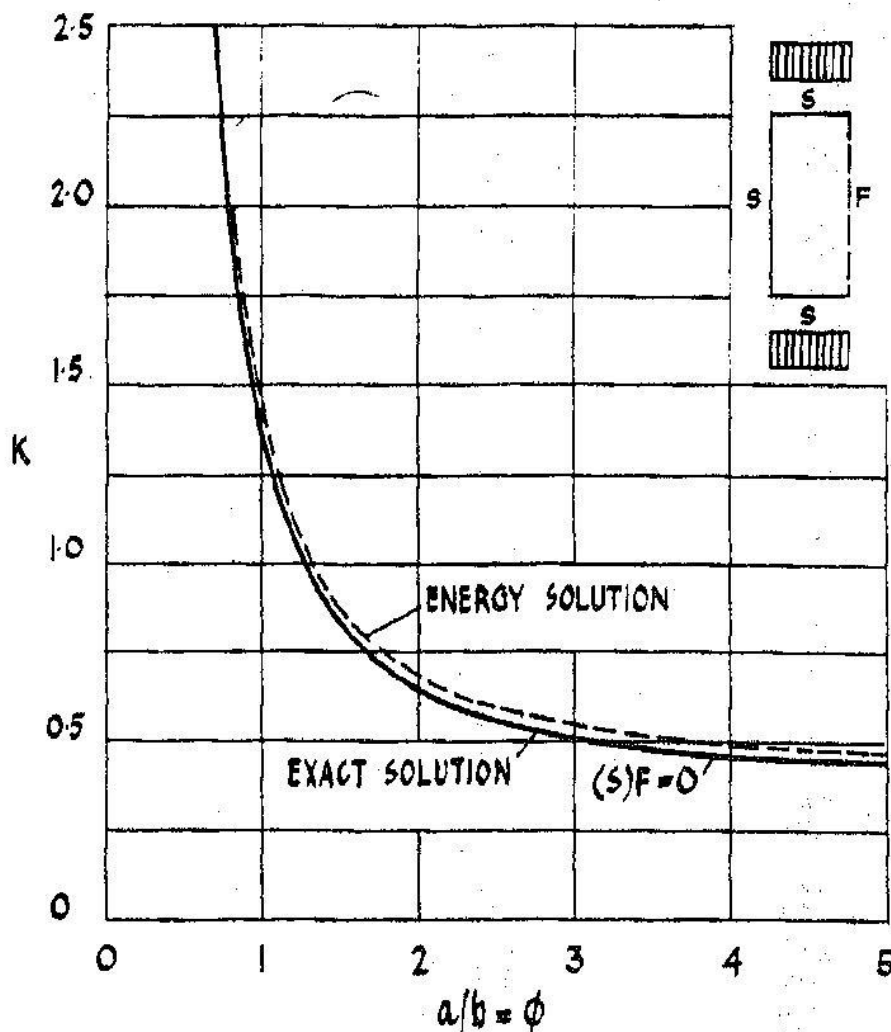
$k_{\min} = 0.43$ میل می کند.

نتیجه به دست آمده برای این حالت شرایط مرزی نشان می دهد که این ورق همواره در یک نیم موج کمانش نموده و مود کمانشی آن با افزایش طول تغییر نمی یابد. البته بار بحرانی اینگونه ورق ها با افزایش نسبت جانبی به شدت کاهش یافته و برای ورق های با نسبت جانبی $\phi \geq 4$ ثابت می ماند.

تیموشنکو برای ورق های طویل با شرایط مرزی فوق رابطه:

$$K = \left(0.456 + \frac{a^2}{b^2}\right) \quad (9-5-3)$$

را ارائه نمود.

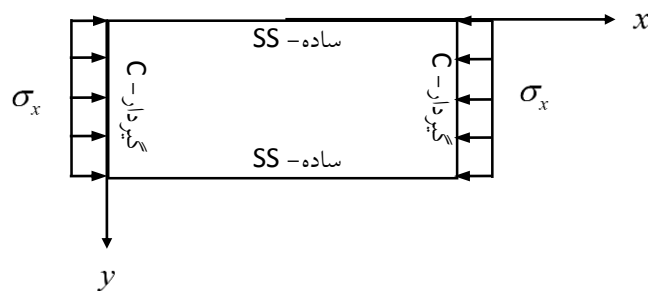


شکل ۹-۵-۲ ضریب کمانش ورق با لبه های طولی ساده- آزاد

۹-۶-۶- کمناش محوری یک ورق تحت تنش محوری فشاری با لبه های طولی ساده - لبه های

عرضی گیردار

در این حالت که در شکل (۹-۶-۱) نشان داده شده، لبه های بارگذاری شده عرضی گیردار بوده و لبه های طولی دارای تکیه گاه ساده می باشند. از آنجا که تعداد نیم موج های سینوسی در جهت عرضی همواره برابر یک ($n = 1$) و تعداد نیم موج ها در جهت طولی تابع نسبت جانبی ورق است، انتظار می رود که لبه های گیردار عرضی تنها در ورق های کوتاه مؤثر باشند.



شکل ۹-۶-۱: ورق با لبه های طولی ساده و لبه های عرضی گیردار

با توجه به شرایط تکیه گاهی، تابع تغییرات شکل زیر برای ورق در نظر گرفته می شود. از آنجا که لبه های طولی ساده هستند، تابع سینوسی در جهت y در نظر گرفته شده است.

$$w = f(y) \sin \frac{\pi y}{b} \quad (9 - 6 - 1)$$

با قرار دادن w در معادله دیفرانسیل تعادل، معادله ی درجه چهاری به دست می آید که از آنجا $f(x)$ برابر می شود با:

$$f(x) = A_1 \cos \alpha x + A_2 \cos \beta x + A_3 \cos \alpha x + A_4 \sin \beta x \quad (9 - 6 - 2)$$

در این رابطه ضرایب α و β برابراند با:

$$\alpha = \frac{\pi\varphi}{2a}(\sqrt{k} + \sqrt{k-4})$$

$$\beta = \frac{\pi\varphi}{2a}(\sqrt{k} + \sqrt{k-4}) \quad (9-6-3)$$

شرایط انتهایی مسئله نیز به صورت زیر است :

$$x = 0 \rightarrow w = 0, \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

$$x = a \rightarrow w = 0, \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (9-6-4)$$

مقادیر مختلف k به صورت تابعی از φ در شکل (۹-۶-۲) آورده شده است. به منظور مقایسه این نتایج با ورق چهار طرف ساده، منحنی مربوط به آن حالت نیز در این شکل رسم شده است.

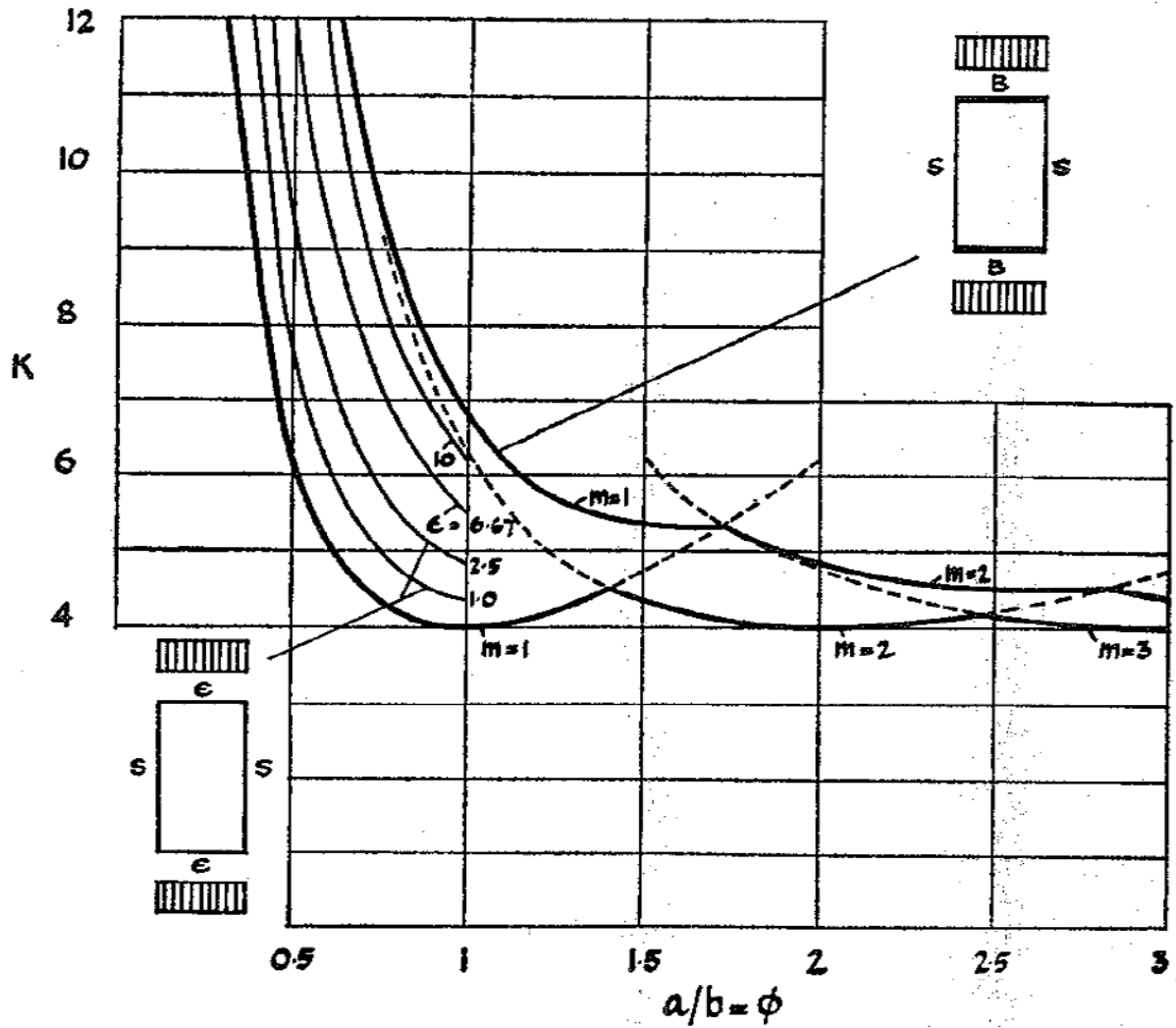
با توجه به حل عددی صورت گرفته توسط تیموشنکو تا $\frac{a}{b} = 1.73$ ورق به صورت یک نیم موج کمانش می کند از $\frac{a}{b} = 1.73$ تا $\frac{a}{b} = 2.83$ ورق به صورت نیم موج کمانش می کند انتقال از m نیم موج به $(m+1)$ نیم موج، عموماً وقتی رخ می دهد که :

$$\varnothing^2 = m(m+2)$$

باشد.

می توان مشاهده نمود که اثر گیرداری لبه ها روی تنش بحرانی کمانش با افزایش $\frac{a}{b}$ کاهش می یابد برای $\frac{a}{b} = 3$ مقدار k از جدول ۹-۱۴ مرجع [۲۰] فقط ۱۰ درصد بالاتر از مقدار ۴ که برای یک ورق با چهار لبه مفصلی به دست آمد، می باشد.

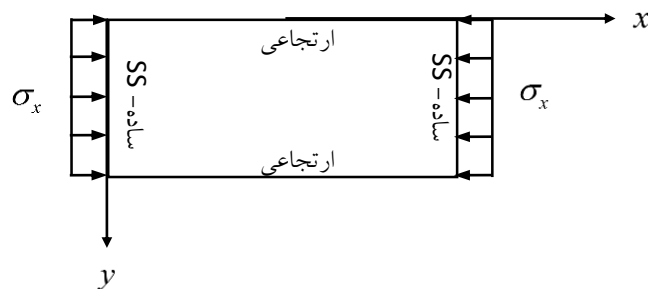
THE STABILITY OF FLAT PLATE



شکل ۲-۶-۹ ضریب کمانش ورق با لبه های طولی ساده لبه های عرضی گیردار

۹-۷-۷-کمانش محوری یک ورق تحت تنش محوری فشاری با لبه های طولی الاستیک (فشر) ارتجاعی) - لبه های عرضی ساده

در سازه هایی که از اجزاء مختلف ورق و غیرورق تشکیل شده باشند، شرایط مرزی یک ورق (به صورت مجزا) بستگی به سختی پیچشی و خمشی اعضای پیرامونی آن دارد. نمونه ای از یک ورق که در راستای طولی توسط شرایط فشری - ارتجاعی نگهداری شده در شکل (۹-۷-۱) نشان داده شده است.



شکل ۹-۷-۱: ورق با لبه های طولی ارتجاعی و عرضی ساده

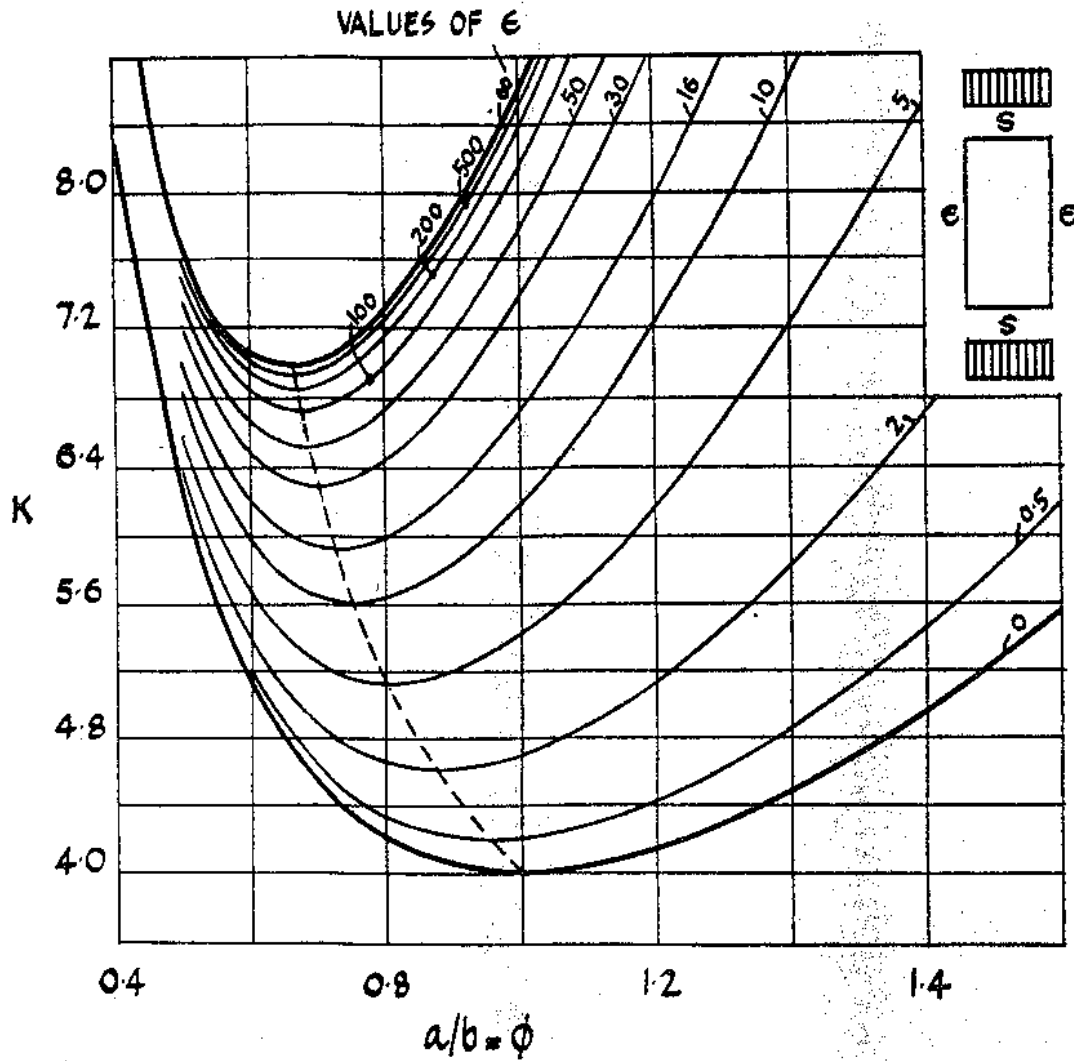
چنانچه سختی پیچشی عضو پیرامونی را S بنامیم. گشتاور تکیه گاهی در طول واحد لبه را می توان با $[-s(\partial w / \partial y)]$ نشان داد. در سوی دیگر گشتاور ناشی از بارهای خارجی $[-D(\partial^2 w / \partial y^2)]$ است که برای برآورده نمودن تعادل، مجموع این دو گشتاور باید برابر صفر قرار داده شود:

$$\left[-s \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) - D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right]_{y=0,b} = 0$$

بدین ترتیب دو رابطه ی شرطی برای دو لبه ی طولی نتیجه می شود که می توان از آنها به عنوان شرایط تکیه گاهی استفاده نمود.

برای بی بعد کردن سختی اعضای پیرامونی، ضریب سختی $\left(\varepsilon = \frac{sb}{D} \right)$ در نظر گرفته می شود. اگر $(\varepsilon = \infty)$ باشد، شرایط تکیه گاهی ساده است و زمانی که $(\varepsilon = \infty)$ باشد، شرایط گیرداری کامل فراهم است.

در شکل (۹-۷-۲)، نمودار k برای مقادیر مختلف نسبت جانبی ورق و ضرایب مختلف سختی اعضای پیرامونی آورده شده است.



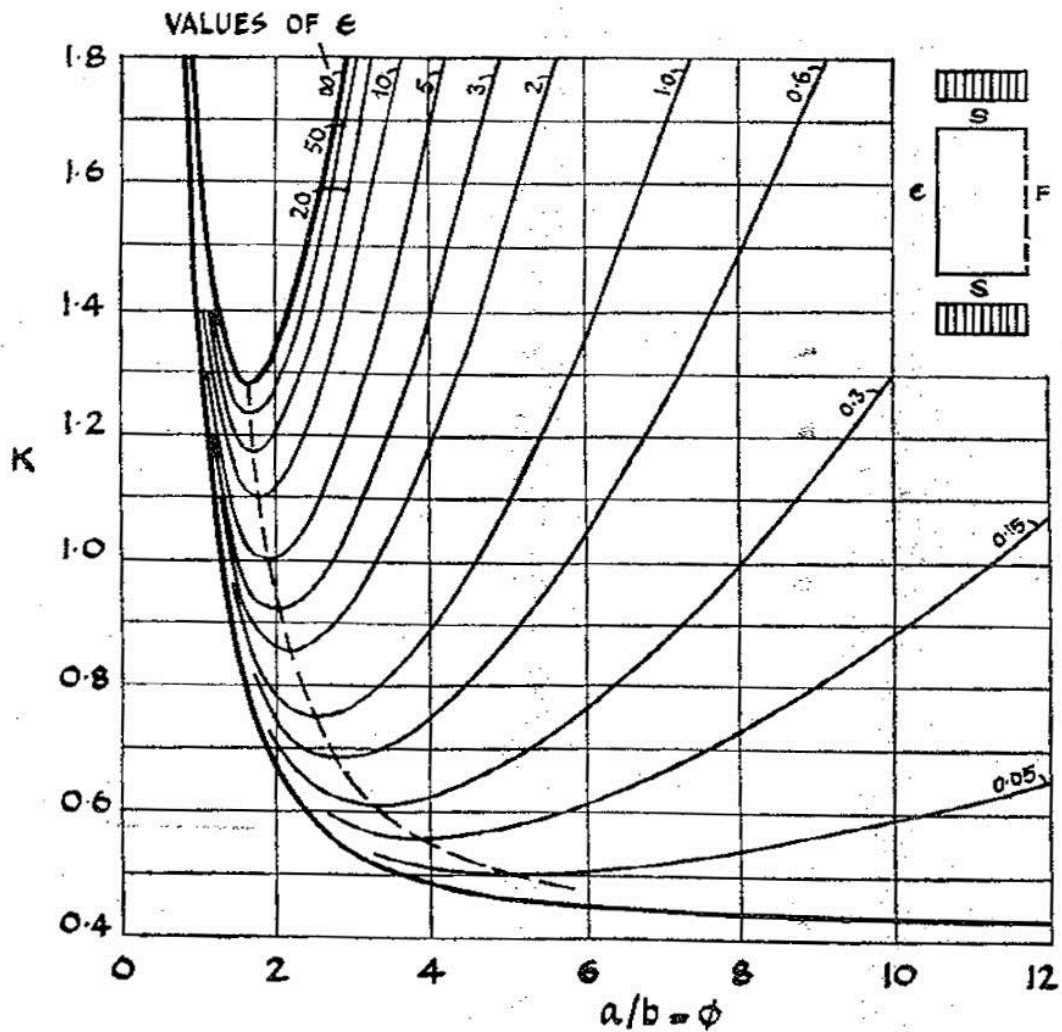
شکل ۹-۷-۲ ضریب کماتش ورق با لبه های طولی ارتجاعی و عرضی ساده

بدین ترتیب با محاسبه ی سختی پیچشی عضو پیرامونی (S)، ضریب سختی را به دست آورده و با

انتخاب ϵ و ϕ مناسب در بین منحنی ها، می توان ضریب بار کماتشی را تعیین نمود. چنانچه یکی از دو تکیه

گاه طولی آزاد باشد، منحنی های یاد شده به صورت نمودارهای شکل (۹-۷-۳) در می آید.

در بسیاری از موارد کاربردی، اتصال پیچشی لبه بارگذاری نشده، در محدوده کاملاً گیردار و ساده می باشد، محاسبه گردیده و در شکل ۳-۷-۹ آورده شده است. میزان اتصال لبه بارگذاری نشده یا درجه گیرداری آن با ϵ نشان داده شده است. برای لبه های با تکیه گاه ساده $\epsilon = 0$ و برای لبه های تکیه گاه کاملاً گیردار $\epsilon = \infty$ است. برای تخمین مقادیر بین این دو حد باید از قضاوت مهندسی استفاده نمود.

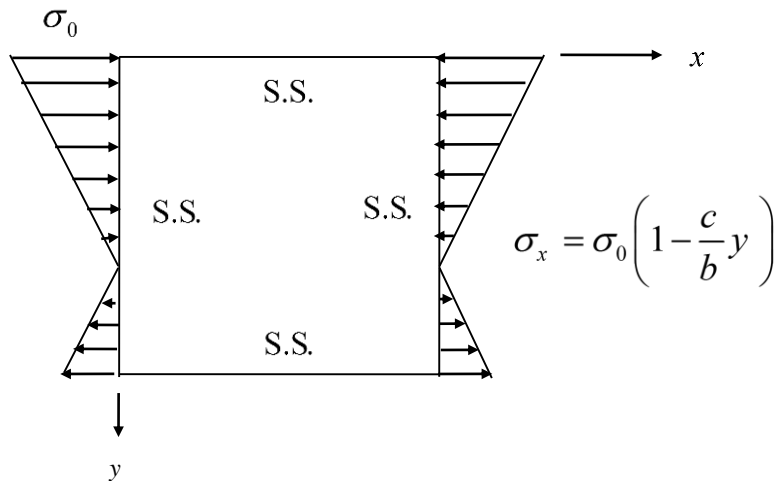


شکل ۳-۷-۹ ضریب کمانش ورق با لبه های طولی ارتجاعی-آزاد و عرضی ساده

۹-۸-۸-کمانش یک ورق تحت اثر ترکیب تنش خمشی و فشاری

تیرورق هایی که به صورت ستون در سازه ها به کار برده می شوند، اغلب زیر بارهای محوری و

خمشی همچون شکل (۹-۸-۱) قرار دارند. جان تیرورق نیز تحت تأثیر لنگر میان صفحه ای قرار می گیرد.



شکل ۹-۸-۱: ورق تحت اثر نیروهای محوری متغیر خطی

در حالت عمومی، بار محوری متغیر را می توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\sigma_x = \sigma_0 \left(1 - \frac{c}{b}y\right) \quad (9-8-1)$$

در این رابطه نیروی وارد بر لبه ی ورق در واحد طول در هر نقطه ای به فاصله \$y\$ از انتهای \$(y=0)\$، \$\sigma_0\$،

نیروی وارد بر لبه ی مزبور، \$b\$ عرض ورق و \$c\$ ضریب بار خطی است. با توجه به رابطه و شکل (۹-۸-۱)، حدود

تغییر ضریب بار \$(0 \leq c \leq 2)\$ است، که \$c=0\$ بیانگر حالت بار محوری یکنواخت فشاری و \$c=2\$ مربوط

به خمش میان صفحه ای خالص است.

تحلیل کمانشی این نوع ورق ها را نمی توان به سادگی با روش تعادل انجام داد و روش انرژی به کار برده می شود. با فرض آنکه بار σ_x در جهت x بر لبه های $y = 0$ و $y = b$ وارد شود؛ و آنکه چهار لبه ی ورق به صورت ساده نگهداری شده باشد، می توان تصور نمود که ورق در m نیم موج سینوسی در جهت x تغییر شکل دهد، ولی با توجه به امکان وجود نیروهای کششی ناشی از لنگر میان صفحه ای، لازم است تغییر شکل ورق در جهت y را به صورت سری سینوسی بیان کرد. در نتیجه، با توجه به لزوم فرض، یک تابع تغییر شکل مناسب برای کمانش ورق های یاد شده، رابطه زیر در نظر گرفته می شود:

$$W = \sin \frac{m\pi x}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \left(w_n \sin \frac{n\pi y}{b} \right) \quad (9-8-2)$$

انرژی کرنشی ورق با توجه به تابع تغییر شکل بالا به صورت زیر به دست می آید:

$$U = \frac{\pi^4}{8} Dab \sum_{n=1}^{\infty} \left[w_n^2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \right] \quad (9-8-3)$$

به همین ترتیب، کار انجام شده توسط نیروی σ_x برابر می شود با:

$$V = \int_0^a \int_0^b \left[\frac{1}{2} \sigma_x t \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx dy = \frac{1}{2} \sigma_e t \int_0^a \int_0^b \left[\left(1 - \frac{c}{b} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx dy \quad (9-8-4)$$

با جایگزین نمودن w در رابطه ی بالا، معادله ی کار انجام شده به شکل (۹-۸-۵) درمی آید:

$$V = \frac{\pi^2 \sigma_e t}{8a} \sum_{n=1}^{\infty} w_n^2 - \frac{\pi^2 \sigma_e t}{4ab} \left[\frac{b^2}{4} \sum_{n=1}^{\infty} w_n^2 - \frac{8b^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \frac{nq w_n w_q}{(n^2 - q^2)^2} \right] \quad (9-8-5)$$

q پارامتر کمکی برای به دست آوردن رابطه ی (۹-۸-۵) می باشد و مقدار آن باید طوری انتخاب شود که $(n + q)$ فرد گردد.

با مساوی قرار دادن U و V تنش بحرانی ورق بر حسب ضریب W_n به دست می آید. ضرایب W_n باید به نحوی انتخاب شوند که σ_0 حداقل گردد. برای این کار از رابطه ی به دست آمده برای σ_0 نسبت مقادیر مختلف W_n مشتق گرفته و مساوی صفر قرار داده می شوند. بدین ترتیب یک دستگاه n معادله n مجهولی نتیجه می شود که برای جواب داشتن دستگاه باید دترمینان ماتریس آن صفر گردد. در حالت خمش خالص، یعنی $c = 2$ ، به سه معادله نیاز است، ولی در دیگر موارد دو معادله کافی می باشد.

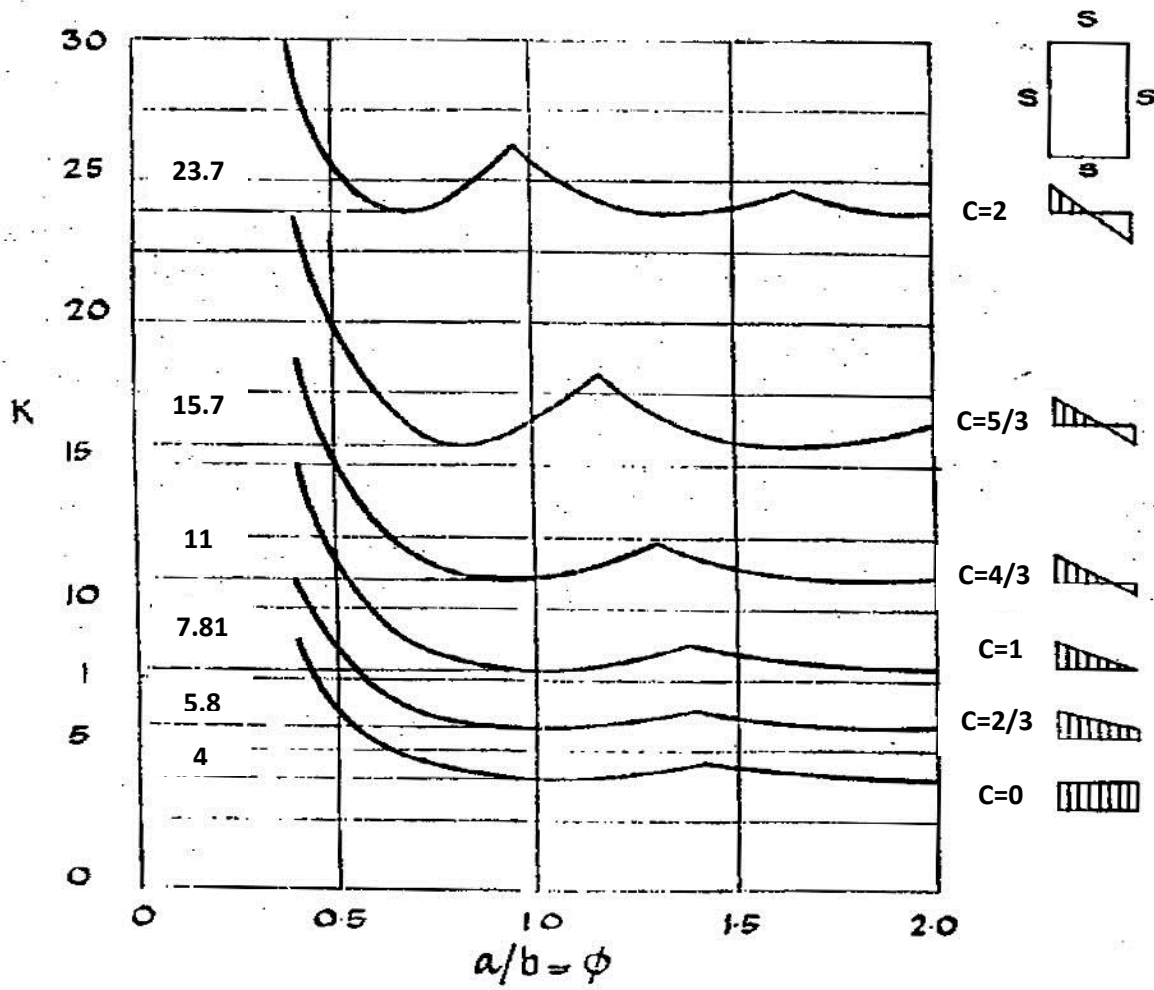
در حالتی که تنها دو معادله را در نظر بگیریم، ضرایب ثابت W_n از دستگاه زیر به دست می آیند:

$$\begin{bmatrix} (1 + \varphi^2)^2 - k\varphi^2 \left(1 - \frac{c}{2}\right) & \frac{-16ck\varphi^2}{9\pi^2} \\ \frac{-16ck\varphi^2}{9\pi^2} & (1 + 4\varphi^2)^2 - k\varphi^2 \left(1 - \frac{c}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (9-8-6)$$

و در صورتی که از سه معادله استفاده شود ($c = 2$)، دستگاه زیر به کار برده می شود.

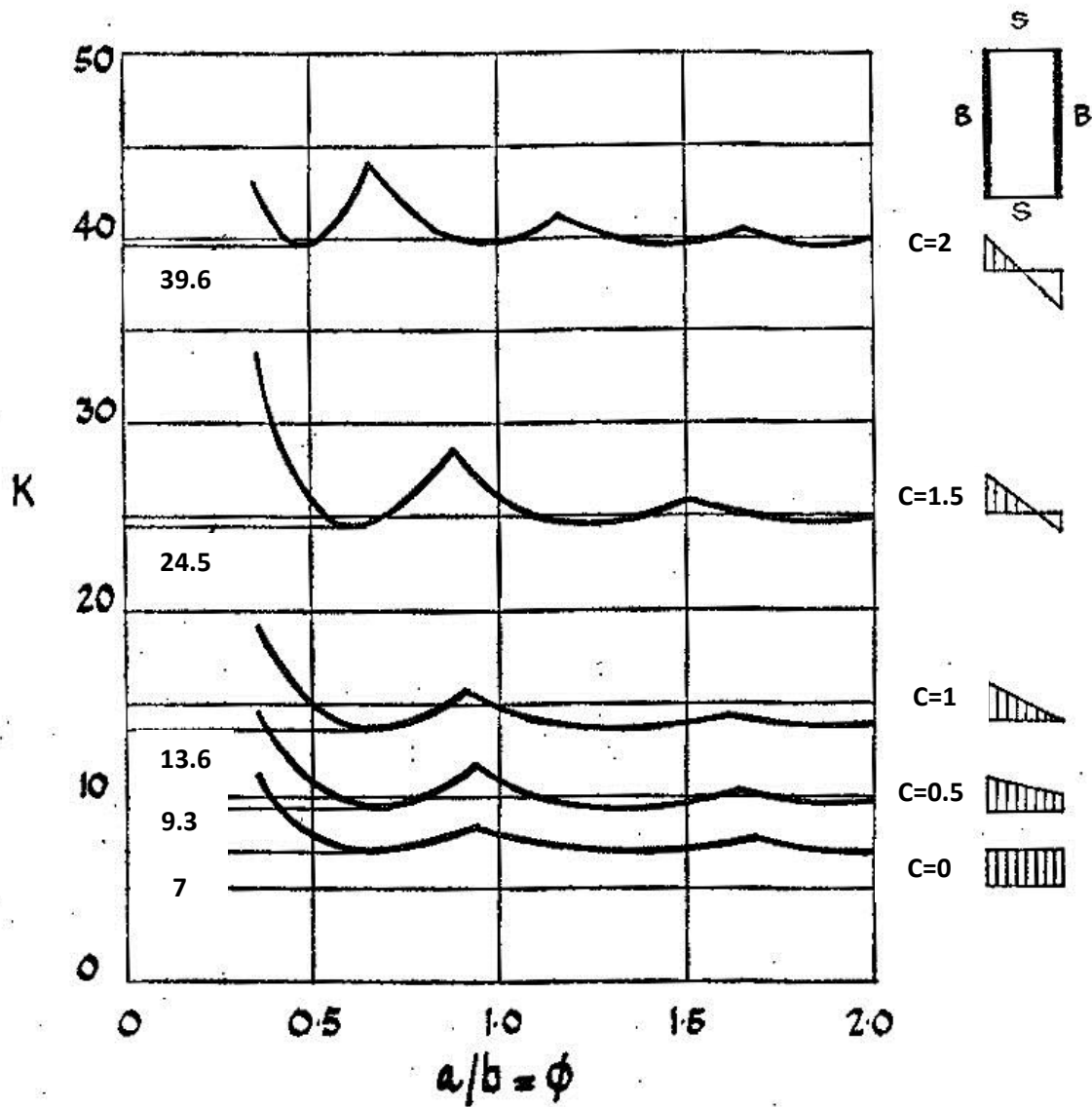
$$\begin{bmatrix} (1 + \varphi^2)^2 & \frac{-32k\varphi^2}{9\pi^2} & 0 \\ \frac{-32k\varphi^2}{9\pi^2} & (1 + 4\varphi^2)^2 & \frac{-96k\varphi^2}{25\pi^2} \\ 0 & \frac{-96k\varphi^2}{25\pi^2} & (1 + 4\varphi^2)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{Bmatrix} = 0 \quad (9-8-7)$$

حل معادلات بالا نمودارهایی به صورت شکل (۹-۸-۲) برای محاسبه k بر حسب نسبت جانبی ورق (φ) و ضرایب مختلف بار (c) به دست می دهد.



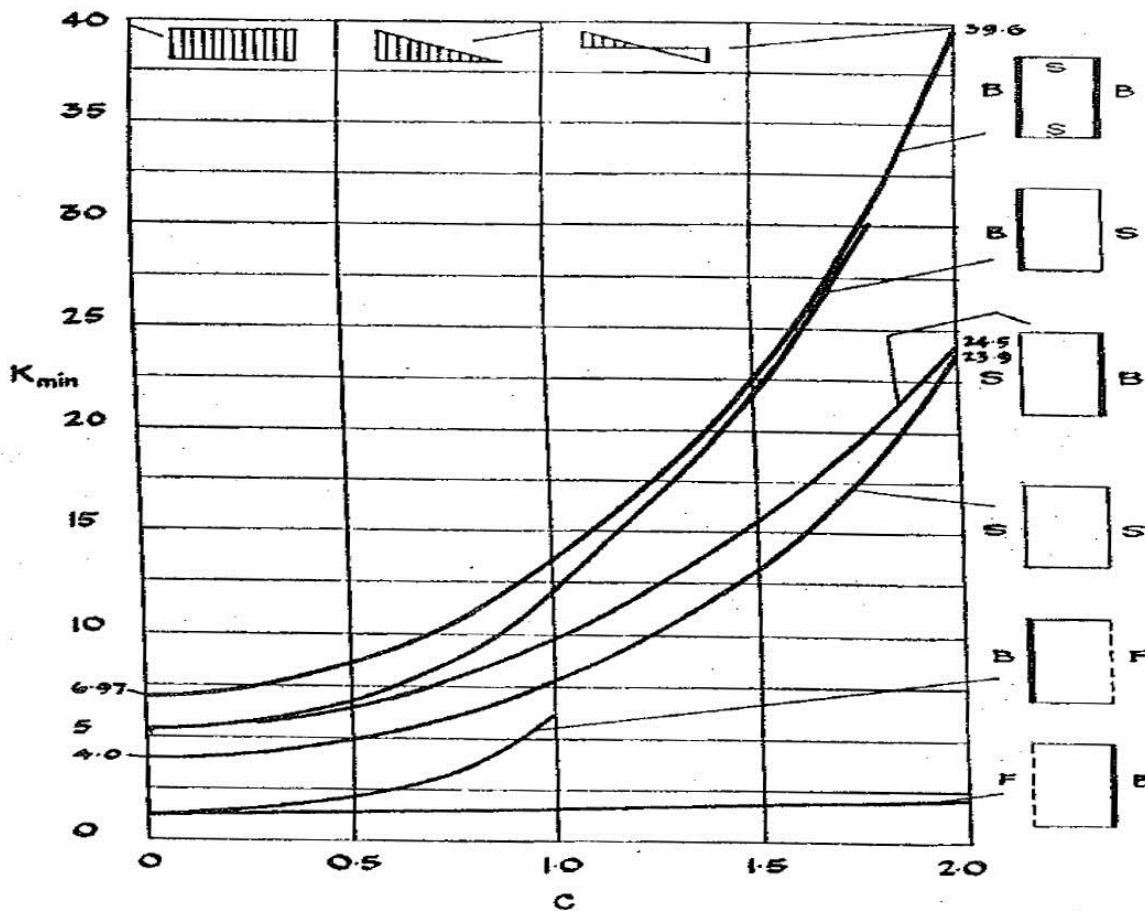
شکل ۹-۸-۲ ضرب کمانش ورق با لبه های طولی ساده تحت اثر خمشی و فشار

در شکل (۳-۸-۹) نمودارهای مشابهی برای ورق های دارای لبه های طولی گیردار آورده شده است.



شکل ۳-۸-۹ ضریب کماتش ورق با لبه های طولی گیردار تحت اثر خمش و فشار

در شکل (۴-۸-۹)، نتایج مربوط به K_{min} های به دست آمده در اشکال (۲-۸-۹) و (۳-۸-۹) بر حسب مقادیر مختلف C رسم شده است.

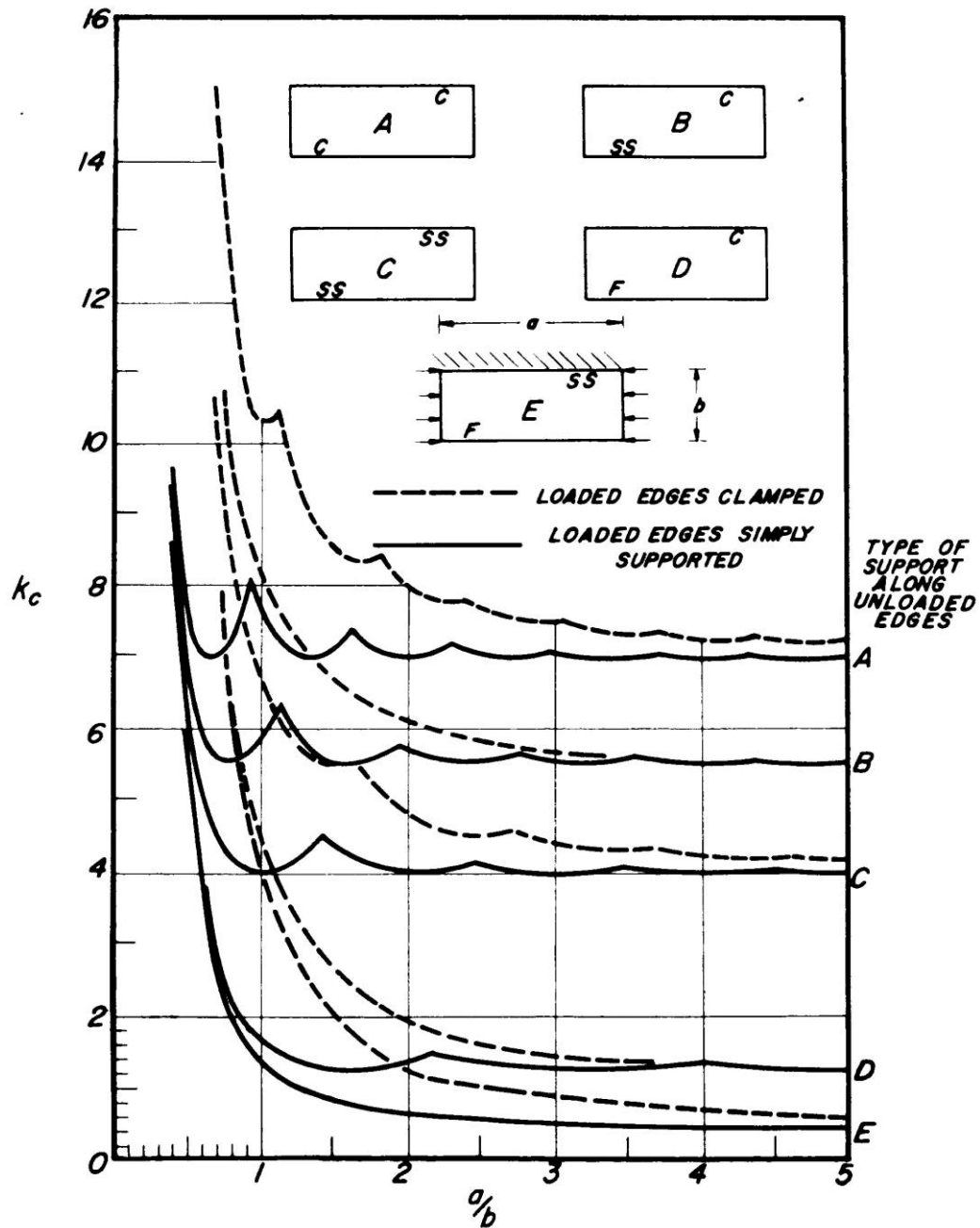


شکل ۴-۸-۹ ضریب کمانش ورق بالبه های طولی ساده-گیردار-آزاد تحت اثر خمش و فشار

با توجه به منحنی های ارائه شده در شکل اخیر، مشاهده می شود که ضریب بار کمانشی با افزایش C ، به سرعت افزایش یافته و نسبت تنش بحرانی در شرایط مختلف تکیه گاهی در حالت خمش خالص حدود شش برابر مقدار مربوط به حالت بارگذاری محور خالص می شود. این افزایش بدین دلیل است که کمانش ورق در اثر تنش های فشاری روی می دهد و در حالت خمش خالص تنها نیمی از ورق در معرض تنش های فشاری و آن هم به صورت متغییر خطی قرار می گیرد.

نتیجه حل های تقریبی محاسبه ضریب کمانش صفحه تحت فشار محوری یکنواخت، توسط

Gerard&Becker نیز در نمودار زیر نشان داده شده است.



ضرایب کمانش صفحات مستطیلی با لبه های طولی متفاوت

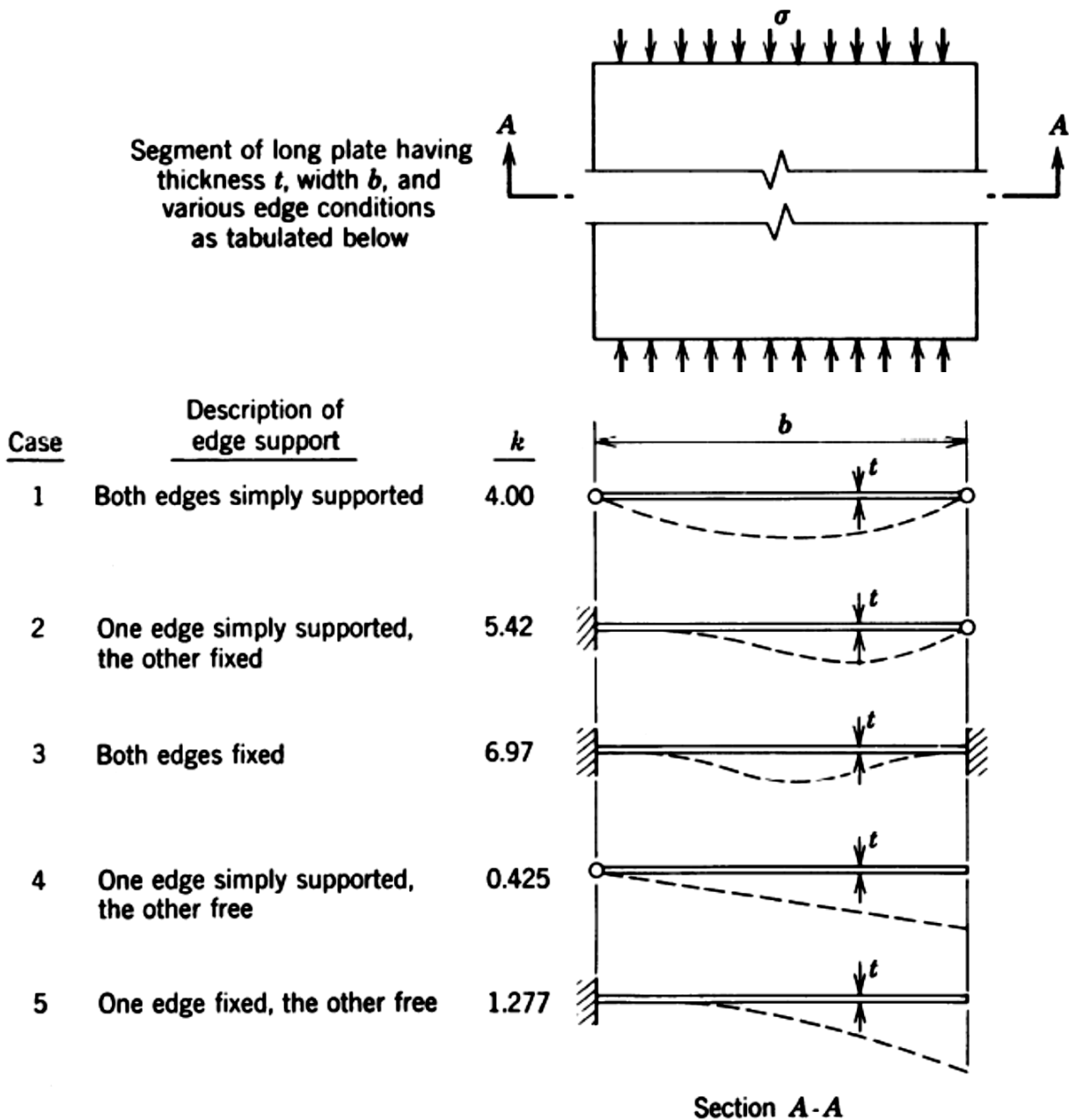
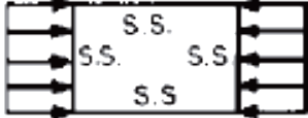
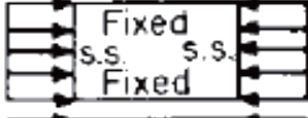
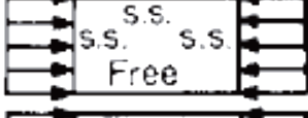
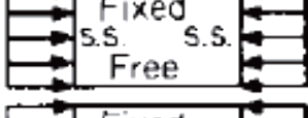
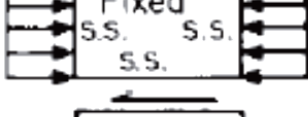
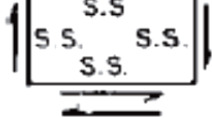

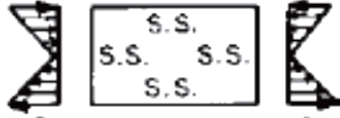



Fig. 4.2 Local plate buckling coefficient, k of Eq. 4.1, for plates in compression with varied boundary conditions

Table 3.4 Values of k for Determining Critical Buckling Stress^{3.2}

$$f_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \mu^2) (w/t)^2}$$

Case	Boundary Condition	Type of Stress	Value of k for Long Plate
(a)		Compression	4.0
(b)		Compression	6.97
(c)		Compression	0.425
(d)		Compression	1.277
(e)		Compression	5.42
(f)		Shear	5.34
(g)		Shear	8.98
(h)		Bending	23.9
(i)		Bending	41.8

۱۰- روش نوار محدود

Finite strip Method

برای تحلیل الاستیک و غیرالاستیک کمانش موضعی ورق های تشکیل دهنده نیمرخ های فولادی که شرایط مرزی آنها وابسته به سختی ورق های متصل شده به آنهاست معمولاً از روش های عددی نظیر اجزای محدود یا نوارهای محدود استفاده می شود.

با گرایش های جدید به استفاده از ورق های نازک در اعضای سازه های فولادی، محاسبه کمانش حائز اهمیت است. مثال هایی از این قبیل اعضای جدار نازک شامل برج پل های معلق، اسکله و همچنین مقاطع I و جعبه ای شکل استفاده شده در پل های تیر ورقی و ایستگاه های نیرو می باشد. افزایش استفاده از فولاد سرد نورد شده، مخصوصاً در ساختمان های تجاری و مسکونی، باعث بوجود آمدن یک انگیزه مجدد در زمینه تحقیق درباره ی کمانش موضعی شده است. هر چند بیشتر روش های بدست آمده نظری (چه تقریبی، چه دقیق) ، در قرن حاضر تغییر کرده است، اما بیشتر مطالعات در ۲۵ سال گذشته بر اساس تحلیلهای کامپیوتری بوده است. با بررسی مقاله:

M. Azhari, Local and post-local buckling of plates and plate assemblies using the finite strip method

مشخص می شود، برای نوع خاصی از سازه ها، برای مثال ورق های منشوری مرکب، روش نوار محدود قابل رقابت با سایر برنامه های کامپیوتری است.

روش دقیق نوار محدود، اولین بار توسط Wittrick و همکارانش در سال ۱۹۶۰ ارائه شد اما اخیراً

پژوهشگران، روش های نیمه تحلیلی را گسترش دادند، به عنوان مثال خلاصه آن در متن معروف نوشته شده توسط Cheung آورده شده است.

اولین استفاده از روش نیمه تحلیلی نوار محدود برای کمانش موضعی، در کار Przemieniecki

نمایان شد، که مطالعات اولیه آن بر روی ورق و مجموعه ورق ها تحت فشار تک محوری برای تنش کمانش

موضعی می باشد، دیدگاه او توسط Cheung در فرمول های تقریبی نوار محدود مورد استفاده قرار گرفت.

تابع تغییر مکان جانبی نوار در طول کمانش، سینوسی و در پهنا، چند جمله ای درجه دو فرض شده است.

با بررسی مراجع:

1-G. J. Hancock, Local, distortional and lateral buckling of I-beams.

2-M. A. Bradford, Local buckling of trough girders.

معلوم می شود، منحنی های سینوسی تغییر مکان کمانشی در اثر ارتعاش طولی بکار برده شده است که برای

سازه های با تکیه گاه انتهایی ساده قابل کاربرد است.

مقاله فوق به منظور بسط روش نوار محدود برای کمانش موضعی ورق هایی که لبه های بارگذاری

شده آنها دارای شرایط تکیه گاهی (C-F)،(C-G)،(C-F)،(C-C)(S-S) و (C-F) می باشد از توابع تغییر مکان

Cheung و توابع دیگر استفاده می کند. اگرچه این تئوری کاملاً محدود است و فقط ماتریس پایداری را نشان

می دهد.

از اینرو ماتریس سختی از مرجع :

M. S. Cheung and Y. K. Cheung, Natural vibration of thin flat walled structures with different boundary conditions.

بدست می آید.

۱۰-۱- حل مساله کمانش صفحات با روش نوار محدود

یکی از روشهای تحلیل و بررسی کمانش صفحات و پوسته ها استفاده از روش قدرتمند نوار محدود است. این روش اولین بار توسط Cheung ارائه شد که انواع آن عبارت اند از نوار محدود عادی، نوار محدود مختلط و نوار محدود اسپلاین. در ارتباط با مساله کمانش صفحات تحلیل و بررسی های با ارزشی با استفاده از انواع روشهای نوار محدود انجام شده به طوری که می توان این روش را بهترین راه حل برای مسائل صفحات دانست به عنوان نمونه می توان به نتایج و بررسی های Azhari&Bradford اشاره کرد.

با این روش می توان با استفاده از توابع شکل، مسائل دو بعدی را به صورت یک بعدی تحلیل کرده و معادلات دیفرانسیل جزئی ورقها را حل کرد.

۱۰-۲- تعیین ضریب کماتش صفحه با استفاده از روش نوار محدود

در تحلیل نوار محدود، یک مولفه از ورق سازه، به عنوان یک مجموع از نوارهای طولی که در معرض تنش های غشایی σ_B ، σ_L ، σ_Y قرار دارد، در نظر گرفته می شود. توابع تغییر مکان در جهت عرض به صورت چندجمله ای فرض می شوند در حالی که در جهت طولی، مشخصه های توابع اصلی، که مطابق با مجموعه هایی از شرایط مرزی از پیش تعیین شده است، مورد استفاده قرار می گیرد. توابع اصلی با I و II نشان داده شده اند. توابع اصلی I از حل معادله دیفرانسیل ارتعاش تیر، که توسط Cheung برای بررسی ارتعاش ورق بکار برده شده، نتیجه شده است. توابع اصلی (II)، توابع مثلثاتی هستند و فقط شرایط مرزی قبل را ارضا می کند.

برای نوار شکل یک توابع تغییر مکان عمومی می توان به شکل زیر در نظر گرفته شود:

$$u = \sum_{n=1}^r \langle f_1(\eta) \rangle \{d_{m_n}\} \frac{L}{\mu_n} S'_n \quad (10-2-1)$$

$$v = \sum_{n=1}^r \langle f_2(\eta) \rangle \{d_{m_n}\} S_n \quad (10-2-2)$$

$$w = \sum_{n=1}^r \langle f_3(\eta) \rangle \{d_{f_n}\} S_n \quad (10-2-3)$$

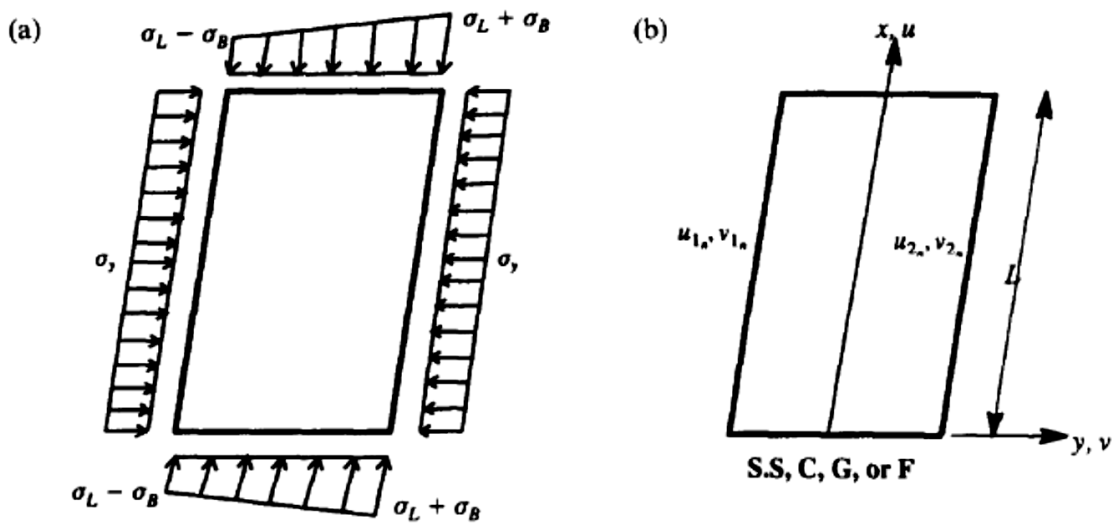
که بردار درجه آزادی، مطابق با n امین هارمونیک برای تغییر مکان غشایی:

$$\{d_{m_n}\} = \langle v_{1_n}, u_{1_n}, v_{2_n}, u_{2_n} \rangle^T \quad (10-2-4)$$

و برای تغییر مکان های خمشی:

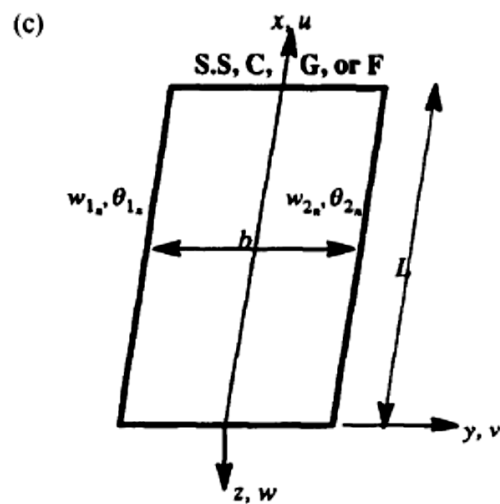
$$\{d_{fn}\} = \langle \theta_{1n}, w_{1n}, \theta_{2n}, w_{2n} \rangle^T \quad (10 - 2 - 5)$$

می باشد.



شکل ۱: تنش و تغییر مکان برای ورق با شرایط

مرزی مختلف



(a) وضعیت اصلی تنش ها در یک نوار

(b) تغییر مکان های غشایی یک نوار

(c) تغییر مکان های خمشی یک نوار

در حال کلی بردارهای درون یابی چند جمله ای بصورت زیر است:

$$f_1(\eta) = \langle 0, \frac{1}{2}\langle 1 - \eta \rangle, 0, \frac{1}{2}\langle 1 + \eta \rangle \rangle \quad (10 - 2 - 6)$$

$$f_2(\eta) = \langle \frac{1}{2}\langle 1 - \eta \rangle, 0, \frac{1}{2}\langle 1 + \eta \rangle, 0 \rangle \quad (10 - 2 - 7)$$

$$f_3(\eta) = \langle \frac{b}{8}\langle 1 - \eta \rangle^2\langle 1 + \eta \rangle, \frac{1}{4}\langle 1 - \eta \rangle^2\langle 2 + \eta \rangle, -\frac{b}{8}\langle 1 - \eta \rangle\langle 1 + \eta \rangle^2, \frac{1}{4}\langle 2 - \eta \rangle\langle 1 + \eta \rangle^2 \rangle \quad (10 - 2 - 8)$$

که در آن:

$$\eta = \frac{2y}{b} \quad (10 - 2 - 9)$$

در معادلات (۱۰-۲-۱۰) تا (۱۰-۳-۲) تابع S_n , n امین عبارت از تابع سری اصلی است، که مطابق با مجموعه

شرایط انتهایی ویژه از پیش نشان داده و معادله دیفرانسیل معمولی تفکیک پذیر نسبت به X می باشد. S_n و μ_n

برای توابع اصلی I با اندیس ۱ و برای توابع اصلی II با اندیس ۲ ارائه می شود.

بردار جزء کرنش کمانشی خطی $\{\varepsilon\}$ که شامل بخش های خمشی و غشایی هست بوسیله ی :

$$\{\varepsilon\} = \langle \langle \varepsilon_m \rangle, \langle \varepsilon_f \rangle \rangle^T \quad (10 - 2 - 10)$$

که

$$\{\varepsilon_m\} = \langle u_x, v_y, u_y + v_x \rangle^T \quad (10 - 2 - 11)$$

و

$$\{\varepsilon_f\} = \langle w_{xx}, w_{yy}, -2w_{yx} \rangle^T \quad (10 - 2 - 12)$$

داده می شود.

در معادلات دیفرانسیل (۱۰-۲-۱۰) تا (۱۰-۳-۲)، $\{\varepsilon\}$ ممکن است به صورت زیر نوشته شود.

$$\{\varepsilon_m\} = \sum_{n=1}^r [B_{m_n}] \{d_{m_n}\} \quad (10 - 2 - 13)$$

و

$$\{\varepsilon_f\} = \sum_{n=1}^r [B_{f_n}] \{d_{f_n}\} \quad (10 - 2 - 14)$$

که ماتریس های کرنش $[B_{m_n}]$ و $[B_{f_n}]$ بصورت زیر ارائه می شود:

$$[B_{f_n}] = \begin{bmatrix} f_b \langle \eta \rangle S_n'' \\ \frac{4}{b^2} f_b'' \langle \eta \rangle S_n \\ \frac{4}{b^2} f_b' \langle \eta \rangle S_n' \end{bmatrix}$$

$$f_b \langle \eta \rangle = \langle Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5 \rangle$$

$$Z_1 = \frac{b}{8} (1 - \eta)^2 (1 + \eta)$$

$$Z_2 = \frac{1}{4} (1 - \eta)^2 (2 + \eta)$$

$$Z_3 = \frac{-b}{8} (1 + \eta)^2 (1 - \eta)$$

$$Z_4 = \frac{1}{4} (1 + \eta)^2 (2 - \eta)$$

$$Z_s = \frac{1}{2^4} (1 + \eta)^2 (1 - \eta)^2$$

ماتریس خواص الاستیک ایزومتریک ورق $[D]$ توسط ترکیب روابط کمانش غشایی و خمشی بصورت

زیرتعریف می شود:

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (10 - 2 - 15)$$

که

$$\{\sigma\} = \langle\langle \sigma_m \rangle, \langle \sigma_f \rangle\rangle^T \quad (10 - 2 - 16)$$

و

$$[D] = \begin{bmatrix} [D_m] & 0 \\ 0 & [D_f] \end{bmatrix} \quad (10 - 2 - 17)$$

که

$$[D_m] = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix} \quad (10 - 2 - 18)$$

و

$$[D_f] = \frac{t^3}{12} [D_m] \quad (10 - 2 - 19)$$

که E مدول یانگ، ν ضریب پواسون و t ضخامت نوار است. U انرژی کرنشی کل ذخیره شده در طول

کمانش بصورت زیر نوشته می شود:

$$U = \frac{1}{2} \int_v \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV \quad (10 - 2 - 20)$$

که V حجم نوار است. از این رو با جایگزینی معادل (۱۰-۲-۱۰) و (۱۵-۲-۱۰) تا (۱۷-۲-۱۰) در معادله (۲۰)، (۲-۱۰-۱۰) ماتریس سختی بدست می آید از:

$$U = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \{d_m\} \\ \{d_f\} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} [k_m] & 0 \\ 0 & [k_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_m\} \\ \{d_f\} \end{Bmatrix} \quad (10 - 2 - 21)$$

که $[K_m]$ ماتریس سختی غشایی است.

$$[k_m] = \begin{bmatrix} [k_m]_{11} & \dots & [k_m]_{1r} \\ \vdots & & \vdots \\ [k_m]_{r1} & \dots & [k_m]_{rr} \end{bmatrix} \quad (10 - 2 - 22)$$

در حالی که $[K_f]$ ماتریس سختی خمشی است.

$$[k_f] = \begin{bmatrix} [k_f]_{11} & \dots & [k_f]_{1r} \\ \vdots & & \vdots \\ [k_f]_{r1} & \dots & [k_f]_{rr} \end{bmatrix} \quad (10 - 2 - 23)$$

ماتریس های $[K_m]$ و $[K_f]$ را می توان از روابط زیر بدست آورد.

$$[k_m]_{np} = \int_v [B_{m_n}]^T [D] [B_{m_p}] dV \quad (10 - 2 - 24)$$

$$[k_f]_{np} = \int_v [B_{f_n}]^T [D] [B_{f_p}] dV \quad (10 - 2 - 25)$$

* این ماتریس ها صریحاً توسط Cheung داده شده اند و در این مقاله محاسبه نشدند.

* نوار در معرض تنش های درون صفحه ای در شکل ۱ نشان داده شده است. کاهش انرژی پتانسیل این تنش

های (v_p) در طول کمایش بصورت زیر داده میشود:

$$V_p = \frac{1}{2} \int_v \{\varepsilon_N\}^T \{\sigma_m\} dV \quad (10-2-26)$$

که ماتریس کرنش غشایی غیرخطی $\{\varepsilon_N\}$ هست:

$$\{\varepsilon_N\} = \left\langle \frac{1}{2} u_x^2 + \frac{1}{2} v_x^2 + \frac{1}{2} w_x^2, \frac{1}{2} w_x^2, w_x w_y \right\rangle^T \quad (10-2-27)$$

* از این رو با جایگذاری مناسب، ماتریس پایداری از رابطه زیر بدست می آید:

$$V_p = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \{d_m\} \\ \{d_f\} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} [g_m] & 0 \\ 0 & [g_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_m\} \\ \{d_f\} \end{Bmatrix} \quad (10-2-28)$$

که $[g_m]$ ماتریس پایداری غشایی است:

$$[g_m] = \begin{bmatrix} [g_m]_{11} & \dots & [g_m]_{1r} \\ \vdots & & \vdots \\ [g_m]_{r1} & \dots & [g_m]_{rr} \end{bmatrix} \quad (10-2-29)$$

و $[g_f]$ ماتریس پایداری خمشی است:

$$[g_m] = \begin{bmatrix} [g_m]_{11} & \cdots & [g_m]_{1r} \\ \vdots & & \vdots \\ [g_m]_{r1} & \cdots & [g_m]_{rr} \end{bmatrix} \quad (10-2-30)$$

که:

$$[g_m]_{np} = \sigma_L \int_V \left[\frac{L}{\mu_n \mu_p} S_n'' S_p'' \langle f_1(\eta) \rangle^T \langle f_1(\eta) \rangle + S_n' S_p' \langle f_2(\eta) \rangle^T \langle f_2(\eta) \rangle \right] dv \quad (10-2-31)$$

$$[g_f]_{np} = \int_V \left[(\sigma_L + \eta \sigma_B) \langle f_3(\eta) \rangle^T \langle f_3(\eta) \rangle S_n' S_p' + \frac{4}{b^2} \langle f_3'(\eta) \rangle^T \langle f_3'(\eta) \rangle S_n S_p \right] dV \quad (10-2-32)$$

شکل صحیح برای ماتریس های پایداری غشایی و خمشی، $[g_n]_{mp}$ و $[g_f]_{mp}$ در زیر تعیین شده است.

$$g_{m_v}(1, 1) = -\frac{bt}{3} \sigma_L I_2;$$

$$(1, 3) = -\frac{bt}{6} \sigma_L I_2;$$

$$(2, 2) = -\frac{bt\sigma_L L^2}{3\mu_n\mu_p} I_3;$$

$$(2, 4) = -\frac{bt\sigma_L L^2}{6\mu_n\mu_p} I_3;$$

$$(3, 3) = -\frac{bt}{3} \sigma_L I_2;$$

$$(4, 4) = -\frac{bt\sigma_L L^2}{3\mu_n\mu_p} I_3.$$

$$g_{i_v}(1, 1) = -\frac{(4\sigma_L - \sigma_B)b^3t}{420} I_2 - \frac{2\sigma_L bt}{15} I_1;$$

$$(1, 2) = -\frac{(11\sigma_L - 4\sigma_B)b^2t}{210} - \frac{\sigma_L t}{10} I_1;$$

$$(1, 3) = \frac{\sigma_L b^3t}{140} I_2 + \frac{\sigma_L bt}{30} I_1;$$

$$(1, 4) = -\frac{(13\sigma_L + \sigma_B)b^2t}{420} I_2 + \frac{\sigma_L t}{10} I_1;$$

$$(2, 2) = -\frac{(13\sigma_L - 7\sigma_B)bt}{35} I_2 - \frac{6\sigma_L t}{5b} I_1;$$

$$(2, 3) = \frac{(13\sigma_L - \sigma_B)b^2t}{420} I_2 - \frac{\sigma_L t}{10} I_1;$$

$$(2, 4) = -\frac{9\sigma_L bt}{70} I_2 + \frac{6\sigma_L t}{5b} I_1;$$

$$(3, 3) = -\frac{(4\sigma_L + \sigma_B)b^3t}{420} I_2 - \frac{2\sigma_L bt}{15} I_1;$$

$$(3, 4) = \frac{(11\sigma_L + 4\sigma_B)b^2t}{420} I_2 + \frac{\sigma_L t}{10} I_1;$$

$$(4, 4) = -\frac{(13\sigma_L + 7\sigma_B)bt}{35} I_2 - \frac{6\sigma_L t}{5b} I_1;$$

که I_1 و I_2 و I_3 از روابط زیر بدست می آید:

$$I_1 = \int_0^L S_n S_p dx; \quad I_2 = \int_0^L S'_n S'_p dx; \quad I_3 = \int_0^L S''_n S''_p dx.$$

1. S-S

$$I_1 = L/2 \quad (n = p)$$

$$I_1 = 0 \quad (n \neq p)$$

$$I_2 = \frac{n^2 \pi^2}{2L} \quad (n = p)$$

$$I_2 = 0 \quad (n \neq p)$$

$$I_3 = \frac{n^4 \pi^4}{2L^3} \quad (n = p)$$

$$I_3 = 0 \quad (n \neq p).$$

2. C-C

$$I_1 = L/4 \quad (n = p) \quad \text{except} \quad I_1 = 3L/8 \quad (n = p = 1)$$

$$I_1 = 0 \quad (n \neq p) \quad \text{except} \quad I_1 = -L/8 \quad (\pm n \pm p = 2)$$

$$I_2 = \frac{\pi^2}{8L} [(n-1)^2 + (n+1)^2] \quad (n = p)$$

$$I_2 = 0 \quad (n \neq p) \quad \text{except} \quad I_2 = \frac{-\pi^2}{8L} (n+1) \quad (\pm n \pm p = 2)$$

$$I_3 = \frac{\pi^4}{8L^3} [(n-1)^4 + (n+1)^4] \quad (n = p)$$

$$I_3 = 0 \quad (n \neq p) \quad \text{except} \quad I_3 = \frac{-\pi^4}{L^3} (\pm n \pm p - 2).$$

$$I_1 = \frac{L}{2} \left[1 + \frac{(n+1)^2}{n^2} \right] (n = p)$$

$$I_1 = 0 (n \neq p) \quad \text{except} \quad I_1 = \frac{L}{2} \left(\frac{n+1}{n} \right) (\pm n \pm p = 1)$$

$$I_2 = \frac{(n+1)^2 \pi^2}{L} (n = p)$$

$$I_2 = 0 (n \neq p) \quad \text{except} \quad I_2 = \frac{n(n+1)\pi^2}{2L} (\pm n \pm p = 1)$$

$$I_3 = \frac{[(n+1)^4 + n^2(n+1)^2] \pi^4}{2L^3} (n = p)$$

$$I_3 = 0 (n \neq p) \quad \text{except} \quad I_3 = \frac{n^3(n+1)\pi^4}{2L^3} (\pm n \pm p = 1).$$

$$I_1 = \frac{3L}{2} (n = p)$$

$$I_1 = 0 (n \neq p)$$

$$I_2 = \frac{(n - \frac{1}{2})^2 \pi^2}{2L} (n = p)$$

$$I_2 = 0 (n \neq p)$$

$$I_3 = \frac{(n - \frac{1}{2})^4 \pi^4}{2L^3} (n = p)$$

$$I_3 = 0 (n \neq p).$$

$$I_1 = \frac{3L}{8} (n = 1) \quad I_1 = \frac{L}{4} (n = 2, 3, \dots)$$

$$I_1 = 0 (n \neq p) \quad \text{except} \quad I_1 = -\frac{L}{8} (\pm n \mp p = 1)$$

$$I_2 = \frac{[(n-1)^2 + n^2] \pi^2}{8L} (n = p)$$

$$I_2 = 0 (n \neq p) \quad \text{except} \quad I_2 = \frac{-n^2 \pi^2}{8L} (\mp n \pm p = 1)$$

$$I_3 = \frac{[(n-1)^4 + n^4] \pi^4}{8L^3} (n = p)$$

$$I_3 = 0 (n \neq p) \quad \text{except} \quad I_3 = \frac{-n^4 \pi^4}{8L^3} (\mp n \pm p = 1).$$

برای مثال یک نوار با تکیه گاه انتهایی ساده که $S_n = \sin nx \frac{n}{L}$ ، اگر فقط یک عبارت از سری فوریه استفاده شده باشد، پس می توان نشان داده شود که ماتریس های پایداری غشایی و خمشی مشابه آنچه که توسط پلاستیک و ویتربیک ارائه شده است، می باشد.

با جمع کردن ماتریس های سختی و پایداری نوار، ماتریس مجموع نظیر آن $[k]$ و $[G]$ می باشد، پس اصل کل انرژی پتانسیل ایستایی اجازه می دهد که معادله کماتش به شکل معمول آن گرفته شود.

$$([K] - \lambda[G])\{\Delta\} = \{0\} \quad (10 - 2 - 33)$$

برای کماتش، دترمینان $[k] - \lambda[G]$ بایستی صفر شود که می توان از آن λ را از معادله مشخص استاندارد طبق تکنیک را بدست آورد.

چند مثال برای توضیح بیشتر:

برای تحلیل کماتش الاستیک ورق هایی با شرایط مرزی متفاوت بوسیله نوار محدود ، برنامه کامپیوتری تهیه شده، که به کمک آن تنش های بحرانی تعیین شده است. این برنامه می تواند ورق هایی که (S-S) (C-C)، (C-)، (S) (C-G) و (C-F) هستند را تحلیل کند. باید در نظر گرفته شود که مقدار V برای تعداد نیم موج های طولی در سرتاسر ورق است که در تمام بررسی های ما مساوی ۴ نوار می باشد. این برنامه علاوه بر تعیین کماتش موضعی ورق ها قادر به محاسبه کماتش جانبی و کماتش پیچشی ورق سازه ای میباشد.

مقایسه توابع اصلی

به منظور ارزیابی صحت توابع اصلی I و II، ورق هایی با تکیه گاهایی ساده و گیردار با بارگذاری روی لبه ی گیردار تحلیل شده است. که نتایج بدست آمده از توابع اصلی I و II با نتایج دقیق در جدول ۱ و ۲ مقایسه شده اند، و ضریب کماتنش موضعی در معادله (۱۰-۲-۳۴) داده شده است. واضح است که هر دو توابع اصلی نتایجی که خیلی نزدیک به نتایج دقیق هستند، تولید می کنند. با این وجود نتایج توابع اصلی II خیلی نزدیکتر هستند به نتایج دقیق (برای نسبت شکل بزرگتر از ۱/۵ است). با این وجود در بیشتر موارد توابع اصلی II و مشتق های آنها، خواص تعامد مدها را دارد، بنابراین مدها جدا از هم بوده و فقط نیاز به حل یک ماتریس کوچک بوده بخاطر همین در مابقی بررسی ها از تابع اصلی II استفاده شده است.

Table 1. Local buckling coefficient of plate with longitudinal edges S-S and loaded edges C-C

L/b	k (functions I)	k (functions II)	k (exact)
0.4	27.3	27.12	27.12
0.6	13.48	13.38	13.38
0.8	8.81	8.73	8.73
1	6.81	6.75	6.74
1.2	5.94	5.85	5.84
1.4	5.61	5.50	5.45
1.6	5.57	5.38	5.34
1.8	5.25	5.17	5.18
2	4.93	4.85	4.85
3	4.45	4.41	4.42

Table 2. Local buckling coefficient of plate with longitudinal edges clamped and loaded edges C-C

L/b	k (functions I)	k (functions II)	k (exact)
0.5	19.5	19.2	19.2
0.75	11.88	11.7	11.4
1	10.56	10.31	10.08
1.25	9.44	9.28	9.94
1.5	8.6	8.40	8.32
1.75	8.54	8.28	8.08
2	8.02	7.89	7.88
∞	6.99	6.99	6.99

ورق هایی با تکیه گاه ساده در فشار

شکل ۲، ضریب کمانش موضعی K را نشان می دهد، که از رابطه زیر برای ورق هایی با لبه طولی ساده تحت فشار یکنواخت طولی بدست می آید.

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (10 - 2 - 34)$$

* چهار شرط مرزی در لبه های بار گذاری در نظر گرفته می شود، یعنی (S-S) (C-C)، (C-G) و (C-S)

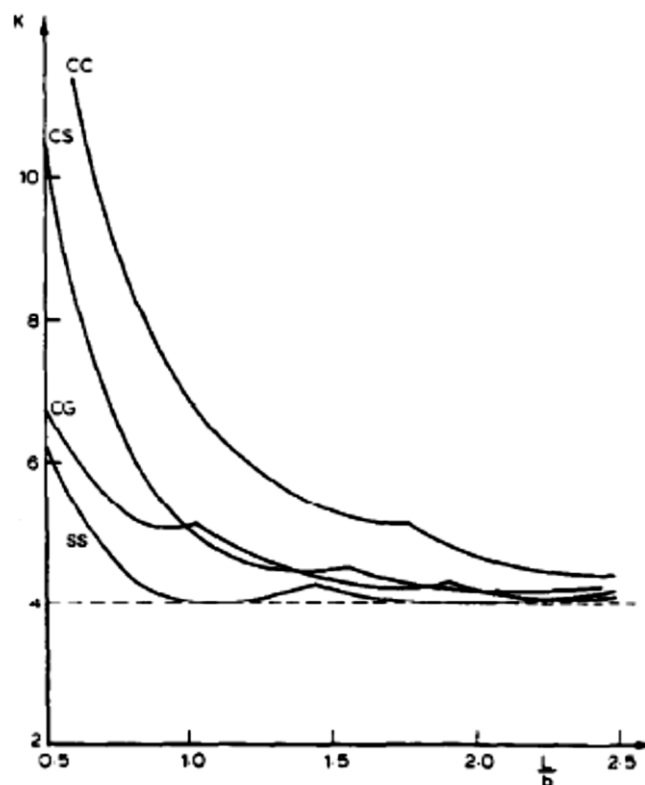


Fig. 2. Buckling coefficient for plates in compression with longitudinal edges S-S.

ورق های با لبه های طولی ساده- گیردار تحت فشار

شکل ۴ تغییرات ضریب کمانش طولی K نسبت به ضریب شکل را برای ورق هایی که در لبه طولی با تکیه ساده- گیردار تحت فشار خالص را نشان می دهد.

(با شرایط مرزی $C-C$ ، $S-S$ ، $C-S$ و $C-G$ در لبه بارگذاری) علاوه بر این، ضریب کمانش موضعی (K)، نسبت به مقدارهای زیاد ضریب شکل حساس نیست.

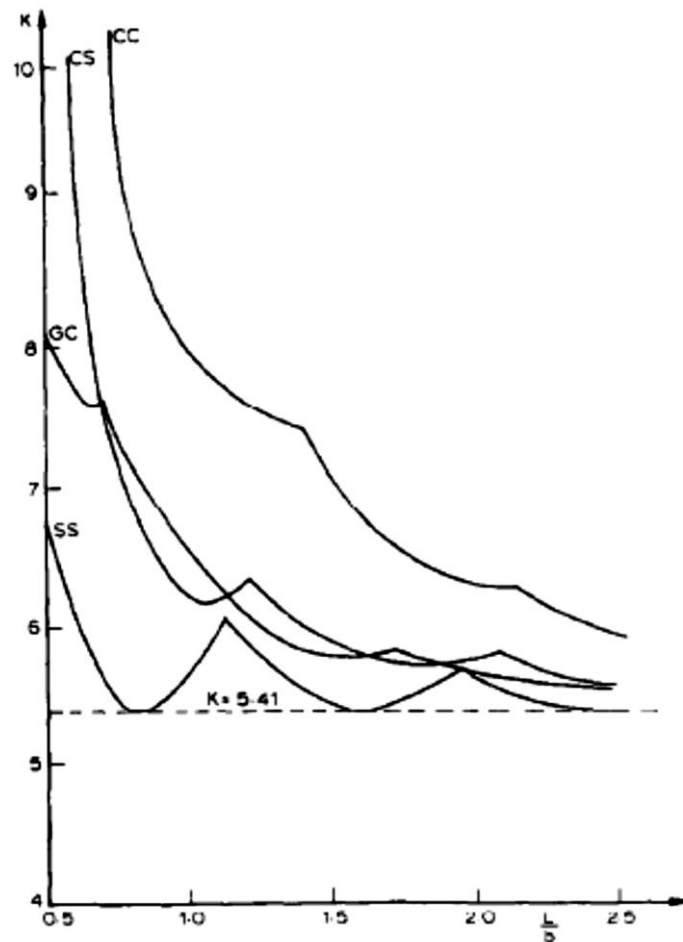


Fig. 4. Buckling coefficient for plates in compression with longitudinal edges C-S.

ورق بال در فشار

تغییرات ضریب کمانش موضعی در برابر ضریب شکل برای ورق های بال با تکیه گاه ساده و گیردار با شرایط مرزی $C-S$ ، $C-G$ ، $C-C$ ، $S-S$ در شکل های ۵ و ۶ نشان داده شده است. می توان دید برای ورق های بال با نسبت L/b کمتر از ۳ شرایط مرزی در لبه های بارگذاری اثر عمده ای روی K دارد. در حالی که وقتی نسبت L/b از ۶ تجاوز می کند اثر آن کم می باشد (حاشیه ای). همچنین می توان دید که موردهای $C-G$ و $S-S$ برای ورق بال تکیه ساده حدوداً برابر هستند.

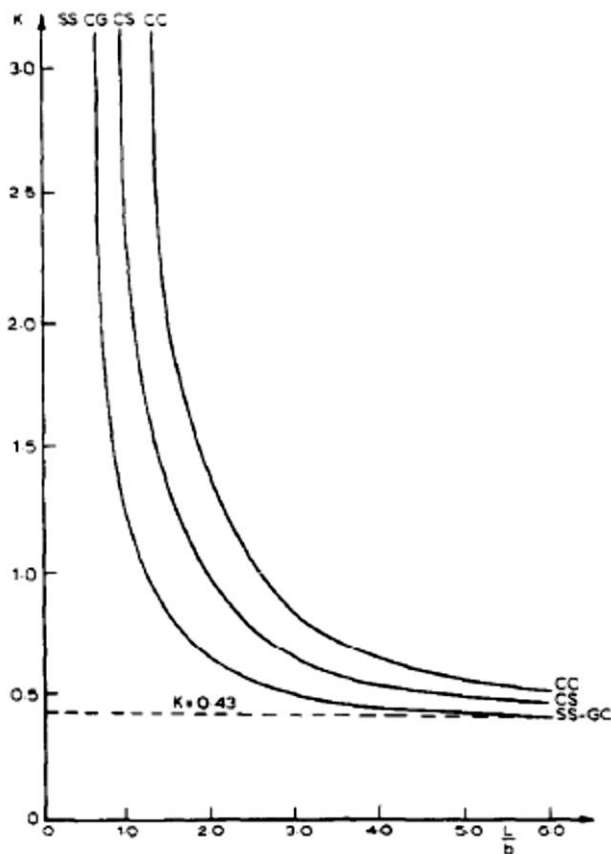


Fig. 5. Buckling coefficient for plates in compression with longitudinal edges S-F.

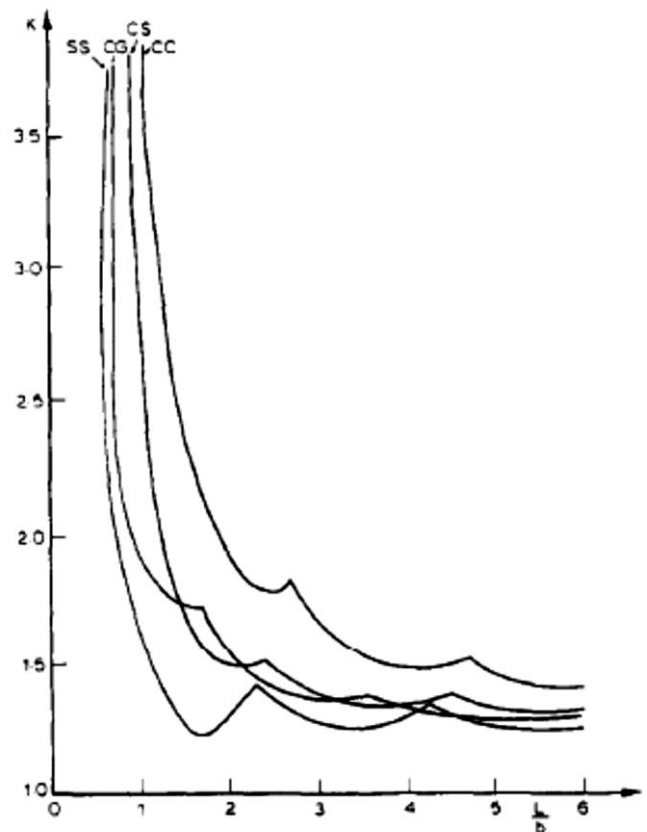


Fig. 6. Buckling coefficient for plates in compression with longitudinal edges C-F.

ورق هایی با تکیه گاه ساده در خمش

شکل ۷ تغییرات ضریب کمانش موضعی (k) در برابر ضریب شکل، را برای ورق های با تکیه گاه ساده در خمش خالص، را با شرایط مرزی $C-S$ ، $C-G$ ، $C-C$ ، $S-S$ در لبه های بارگذاری نشان می دهد. وقتی که نسبت L/b افزایش یابد مقدار k به مقدار نظری 23.9 برای یک ورق کشیده با تکیه گاه ساده در خمش، می رسد.

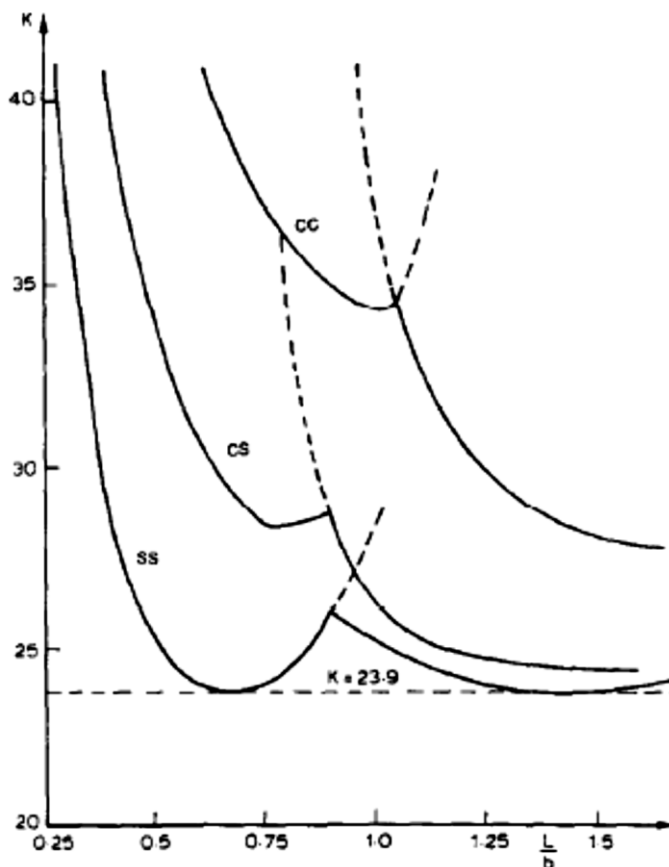
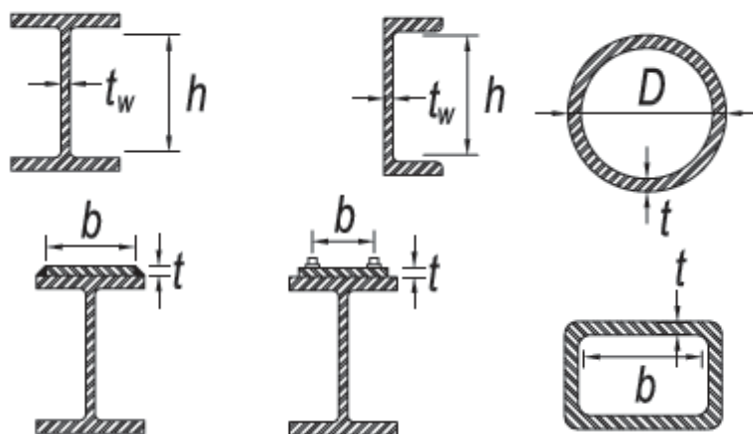


Fig. 7. Buckling coefficient for plates in bending with longitudinal edges S-S.

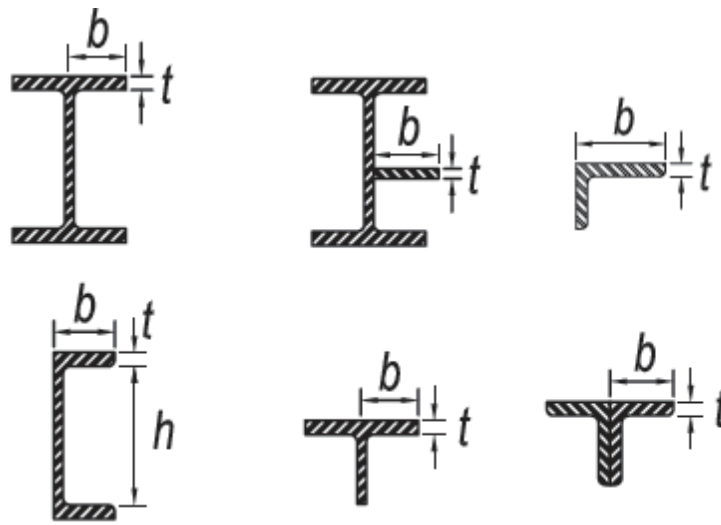
۱۱- ورق تقویت شده و تقویت نشده

ورقهای تشکیل دهنده مقاطع فولادی بر حسب درجه گیرداری لبه های کناری به دو نوع ورق تقویت شده (Stiffened Plate) و ورق تقویت نشده (Unstiffened Plate) تقسیم می شوند.

ورق تقویت شده، ورقی است که در امتداد دو لبه کناری و موازی با امتداد تنش دارای تکیه گاه عمود بر ورق می باشد ولی ورق تقویت نشده یکی از دو امتداد لبه کناری و موازی با امتداد تنش آن آزاد بوده و لبه دیگر در گیر است. ضریب کمانش موضعی و در نتیجه تنش بحرانی ورقهای تقویت نشده به مراتب از ورقهای تقویت شده برای یک نوع بارگذاری خاص کمتر است. به عبارتی ورقهای تقویت نشده، در مقادیر کمتری از نسبت عرض به ضخامت $\frac{b}{t}$ در مقایسه با ورقهای تقویت شده در معرض ناپایداری موضعی قرار می گیرند. به عبارت دیگر بر حسب آنکه نسبت عرض به ضخامت اجزای فشاری چه مقداری باشد و یا اینکه جز فشاری تقویت شده و یا تقویت نشده باشد قطعه در تنش متفاوتی کمانش خواهد کرد.



ورقهای تقویت شده



ورقهای تقویت نشده

۱۲- طبقه بندی مقاطع فولادی

برای محدود کردن نسبت عرض به ضخامت اجزا فشاری مبحث دهم مقررات ملی ساختمان و آیین

نامه AISC قطعات فشاری را به سه گروه تقسیم زیر می کنند:

- ۱- مقاطع فشرده
- ۲- مقاطع غیر فشرده
- ۳- مقاطع با اجزای لاغر

این تقسیم بندی که مطمئناً تنش طراحی اجزای فشاری را تحت الشعاع قرار می دهد در بندهای زیر شرح

داده می شود:

۱۲-۱-مقاطع فشرده

Compact Section

ورق های تشکیل دهنده اینگونه مقاطع هنگامی که تحت تنش های فشاری قرار می گیرند لازم است کرنش هایی تا حدود چند برابر کرنش حد تسلیم را تحمل کنند. به بیان دیگر رفتار ورق های تحت فشار در این مقاطع در محدوده غیرالاستیک قابل بررسی است. در این مقاطع ابعاد جان و بال نسبتاً ضخیم تر از مقاطع دیگر (مقاطع غیر فشرده) است و از نظر وقوع کمانش موضعی و کمانش جانبی در خمش به آنها اطمینان وجود دارد. در چنین مقطعی در صورت تأثیر لنگر افزایش یابنده، بدون آنکه در آنها ضعفهای موضعی و یا ناپایداری رخ دهد، می توانند به لنگر پلاستیک مقطع برسند. به عبارت دیگر در این مقاطع امکان پلاستیک شدن کامل مقطع قبل از کمانش میسر می گردد. که پلاستیک شدن به معنای جاری شدن تمام تارهای مقطع است.

در طراحی پلاستیک تمام سطح مقطع بایستی قادر به حمل لنگر پلاستیک M_p بدون هیچ نشانه ای از کمانش موضعی باشد که برای رسیدن به این هدف مقطع بایستی فشرده باشد.

چنانچه نسبت عرض به ضخامت در این مقاطع با نماد λ_r مشخص گردد در اینصورت برای کنترل کمانش موضعی لازم است:

$$\lambda_r \leq \alpha_c \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

α_c ضریب مربوط به مقاطع فشرده است که مقادیر آن برای حالات مختلف در آیین نامه های طراحی موجود است. آیین نامه AISC در ویرایش جدید برای تعیین نسبت حداکثر عرض به ضخامت از رابطه ای مشابه فوق استفاده می کنند که در آن α_c یک پارامتر بدون بعد است. این در حالی است که در ویرایش های قبلی آیین نامه AISC و مبحث دهم با جایگزینی مقدار E در رابطه فوق کمیتی به دست می آید که بستگی به یکای F_y دارد.

مبحث دهم مقررات ملی ساختمان در بند ۱۰-۱-۲-۶ مقطع فشرده را چنین تعریف می کند:

برای اینکه عضوی به عنوان مقطع فشرده به حساب آید باید بال های آن به صورت سرتا سری به جان (یا جان ها) متصل باشد و نسبت پهنای آزاد به ضخامت در اجزای فشاری آن بر حسب مورد از مقادیر مربوطه در جدول ۱۰-۱-۲-۱ تجاوز نکند.

Non – Compact Section

۱۲-۲-مقاطع غیر فشرده

رفتار اجزای تشکیل دهنده این مقاطع تحت تنش های فشاری در محدوده الاستیک می باشد. به عبارت دیگر نسبت عرض به ضخامت اجزای تشکیل دهنده این مقاطع، به گونه ای است که کرنش های بحرانی در آنها از کرنش حد الاستیک کمتر است. برای تعیین تنش بحرانی در ورق های اینگونه مقاطع از ضرایب کمانش موضعی الاستیک استفاده می شود. چنانچه نسبت عرض به ضخامت ورق های تشکیل دهنده این مقاطع با λ_r نمایش داده شود $(\lambda_r = \frac{b}{t})$ آنگاه با توجه به رابطه تنش بحرانی کمانشی برای وقوع تسلیم قبل از کمانش $(F_{cr} \geq F_y)$ لازم است:

$$\lambda_r \leq \alpha_{nc} \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

α_{nc} ضریب مربوط به مقاطع غیر فشرده است. چون سختی ورق در محدوده کمانش غیرالاستیک برای مقطع فشرده کاهش می یابد لذا $\alpha_{nc} > \alpha_c$ خواهد بود.

مبحث دهم مقررات ملی ساختمان در بند ۱۰-۱-۲-۶ بیان می کند: نسبت پهنای آزاد به ضخامت در اجزای فشاری مقاطع غیر فشرده نباید از مقادیر مربوطه در جدول ۱۰-۱-۲-۱ تجاوز کند. با توجه به موارد بیان شده مشخص است که حالت غیر فشرده، وضعیتی است که در آن بخشی از مقطع به حالت پلاستیک می رسد.

Slender-element sections**۱۲-۳-مقاطع با اجزای لاغر**

در مقاطع لاغر قبل از اینکه هیچ نقطه ای از مقطع به حالت پلاستیک کامل برسد مقطع دچار کماتش الاستیک موضعی می گردد. مبحث دهم مقررات ملی ساختمان در بند ۱۰-۱-۲-۶ بیان می کند اگر نسبت پهنای آزاد به ضخامت در هر یک از اجزای فشاری از مقادیر داده شده برای مقاطع غیر فشرده در جدول ۱۰-۱-۲-۱ تجاوز کند مقطع به عنوان مقطعی با اجزای لاغر به حساب می آید.

نمودارهای لنگر-انحنای برای تیر فولادی مطابق شکل زیر در نظر گرفته شده است:

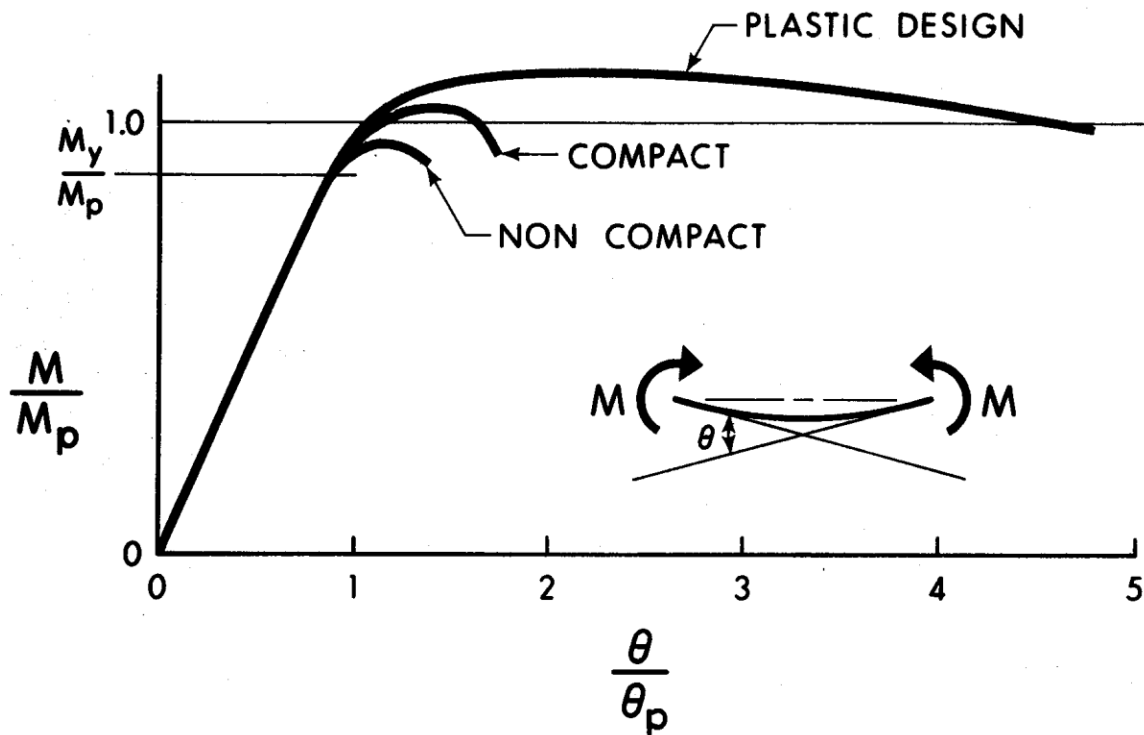


FIG. 1.1 TYPES OF MOMENT ROTATION BEHAVIOR

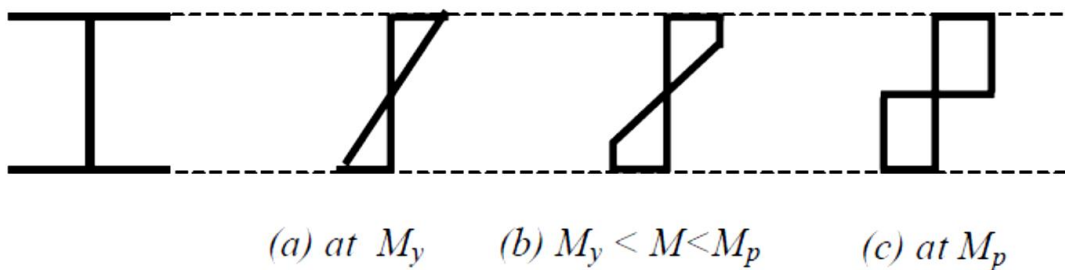


Fig. 3 Plastification of Cross-section under Bending

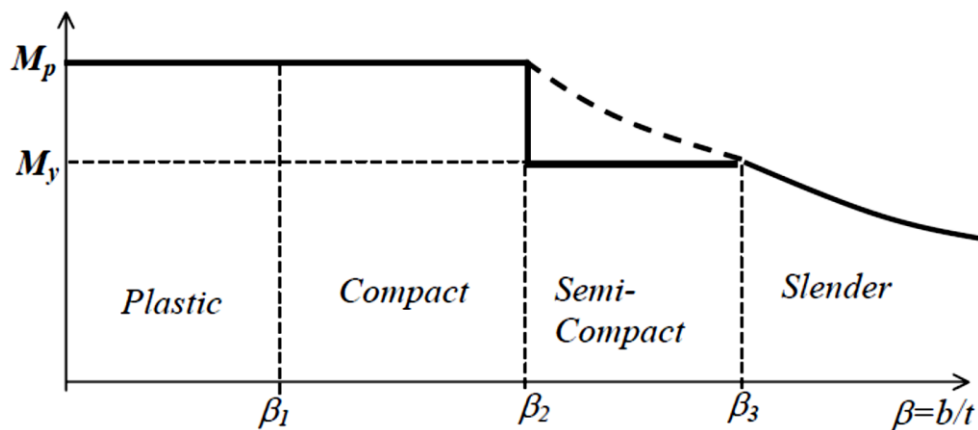


Fig. 5 Moment Capacities of Sections

۱۲-۴-طبقه بندی مقاطع برای کمانش موضعی (تفسیر آیین نامه 2005 - AISC - بخش B4)

براساس این آیین نامه مقاطع به سه گروه فشرده، غیرفشرده و مقاطع با اجزای لاغر تقسیم می شوند. مقاطع فشرده قادر هستند که توزیع تنش ها را تا حد پلاستیک کامل گسترش داده و دارای ظرفیت دورانی تقریباً برابر ۳ قبل از شروع کمانش جانبی هستند.

مقاطع غیرفشرده می توانند تسلیم جزئی در اجزای فشاری را قبل از وقوع کمانش موضعی تجربه کنند ولی در برابر کمانش غیرالاستیک در سطوح کرنشی که برای رسیدن به توزیع تنش پلاستیک کامل لازم است مقاومتی ندارند.

مقاطع با اجزای لاغر دارای یک یا چند جزء فشاری هستند که قبل از رسیدن به حد تنش تسلیم کمانش می کنند.

مرز بین مقاطع فشرده و غیرفشرده نسبت عرض به ضخامت محدود شده λ_p می باشد. در مقاطع فشرده کلیه اجزای فشاری مقطع بایستی دارای نسبت عرض به ضخامت مساوی و یا کمتر از λ_p باشند.

$$\frac{b}{t} \leq \lambda_p$$

مرز بین مقاطع غیرفشرده و مقاطع با اجزای لاغر نسبت عرض به ضخامت محدود شده λ_r می باشد. مادامی که نسبت عرض به ضخامت اجزای فشاری از حد معین λ_r تجاوز نکرده باشد کمانش موضعی کنترل کننده مقاومت مقطع نمی باشد. اما برای حالت هایی که نسبت عرض به ضخامت از λ_r تجاوز می کند بایستی مقاومت کمانش مدنظر قرار داده شود.

Seismically Compact Section

۱۲-۵ مقطع فشرده لرزه ای

در طراحی لرزه ای سازه های فولادی با شکل پذیری زیاد، از اجزای تشکیل دهنده مقاطع آن تجربه و تحمل تغییر شکل های فرا ارتجاعی قابل ملاحظه ای انتظار می رود. این مقاطع کرنش های بسیار بزرگتری از کرنش حد تسلیم را تجربه می کنند لذا سختی این ورق ها به صورت قابل ملاحظه ای در روند کماتش موضعی کاهش می یابد. بنابراین برای اعضا این قبیل سازه ها ضوابط سخت گیرانه تری در رابطه با کماتش موضعی بال ها و جان اعمال می شود.

λ_{ps} حداکثر نسبت عرض به ضخامت در مقاطع فشرده لرزه ای از رابطه ی زیر به دست می آید :

$$\lambda_{ps} \leq \alpha_{sc} \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

با توجه به فلسفه حاکم بر مقاطع غیر فشرده، فشرده و فشرده لرزه ای، رابطه زیر صادق است :

$$\alpha_{nc} > \alpha_c > \alpha_{sc}$$

در طراحی لرزه ای سازه فولادی باید با ارائه جزییات مناسب برای اعضای شکل پذیر، فرآیند تجربه تغییر شکل های غیرالاستیک پایدار را در آنها تضمین نمود، که یکی از ملزومات این امر جلوگیری از کماتش موضعی و کلی تا رسیدن به حد تحمل کرنش های چندین برابر کرنش حد تسلیم ϵ_y است.

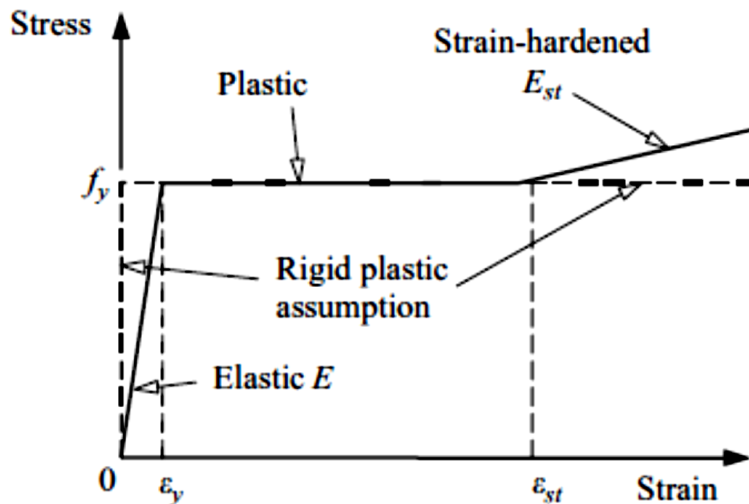
چنانچه قرار باشد قسمت های تحت فشار مقطع بارهای رفت و برگشتی را در ناحیه ای فراتر از ϵ_y

تجربه کنند آنگاه ورق های تشکیل دهنده مقطع باید شرایط فشرده لرزه ای را داشته باشند که نسبت های توصیه شده برای عرض به ضخامت اعضای فشرده لرزه ای به مراتب کمتر از مقادیر ارائه شده برای مقاطع غیر فشرده و فشرده می باشد.

بنابراین تنش بحرانی ورق را نمی توان با منظور کردن E (مدول الاستیسیته) در تمام مراحل بارگذاری و

باربرداری از رابطه $F_{CR} = \frac{\pi^2 Ek}{12(1-\nu^2)\left(\frac{b}{t}\right)^2}$ به دست آورد. به بیان دیگر در محاسبه تنش بحرانی ورق لازم

است E_t (مدول الاستیسیته مماسی) و E_s (مدول الاستیسیته متقاطع) مورد توجه قرار گیرد.



۱۳-۱- نمودار تنش کرنش ایده آل برای فولاد سازه ای

۱۳- مقاومت نهایی ورق ها در فشار

ضابطه ناپایداری موضعی در یک ورق با توجه به تنش بحرانی آن F_{CR} تعیین می شود، یعنی چنانچه

تنش بحرانی یک ورق از تنش تسلیم آن F_y کمتر باشد، ورق قبل از جاری شدن دچار ناپایداری موضعی شده

که این ناپایداری می تواند منجر به کاهش مقاومت مقطع در مقابل نیرو و یا انهدام کلی آن شود.

روابطی که تا به حال برای تنش بحرانی کمانش بیان گردید مربوط به مرحله رفتار کاملاً الاستیک ورق

می باشد که در ورق های با نسبت های بزرگ $\frac{b}{t}$ و بخصوص تنش های پسماند دارد. برای تعیین تنش بحرانی

غیرالاستیک ورق تحت فشار به رابطه بین تنش - کرنش ماده نیاز داریم.

در مرحله تحلیل الاستیک کمانش موضعی به دلیل رابطه ی خطی بین تنش - کرنش در تنش های کمتر از حد تسلیم فقط مدول الاستیسیته در تعیین بار بحرانی کمانش مؤثر است ولی در تحلیل غیرالاستیک کمانش موضعی، به رابطه ی بین تنش و کرنش قبل و بعد از تسلیم شدن نیاز است. برای فولاد نرمه معمولی حالت ایده آل الاستو - پلاستیک همراه با کارسختی در نظر گرفته می شود که منحنی آن در شکل زیر نشان داده شده است.

پژوهشگران معمولاً برای تحلیل غیرالاستیک کمانش موضعی ورق های ساخته شده از فولاد نرمه از نمودار ایده آل تنش کرنش فوق که منحنی سه خطی تنش - کرنش ایده آل نیز گفته می شود استفاده می کنند. در نمودار ۱-۱۳ ملاحظه می شود که رابطه ی بین تنش و کرنش قبل از تسلیم به صورت خطی بوده و توسط ثابت E تعریف می شود. پس از رسیدن به حد تسلیم تنش در ماده ثابت باقی مانده و کرنش های غیرالاستیک تا حد ϵ_{St} ماده در مقابل بار از خود مقاومتی نشان داده که به آن اصطلاحاً کارسختی (Hardening) گفته می شود. رابطه ی بین تنش - کرنش بعد از کرنش کارسختی (ϵ_{St}) با E_{St} بیان می شود که برای فولاد نرمه معمول این مقدار برابر است با: $E_{St} \cong \frac{E}{33}$.

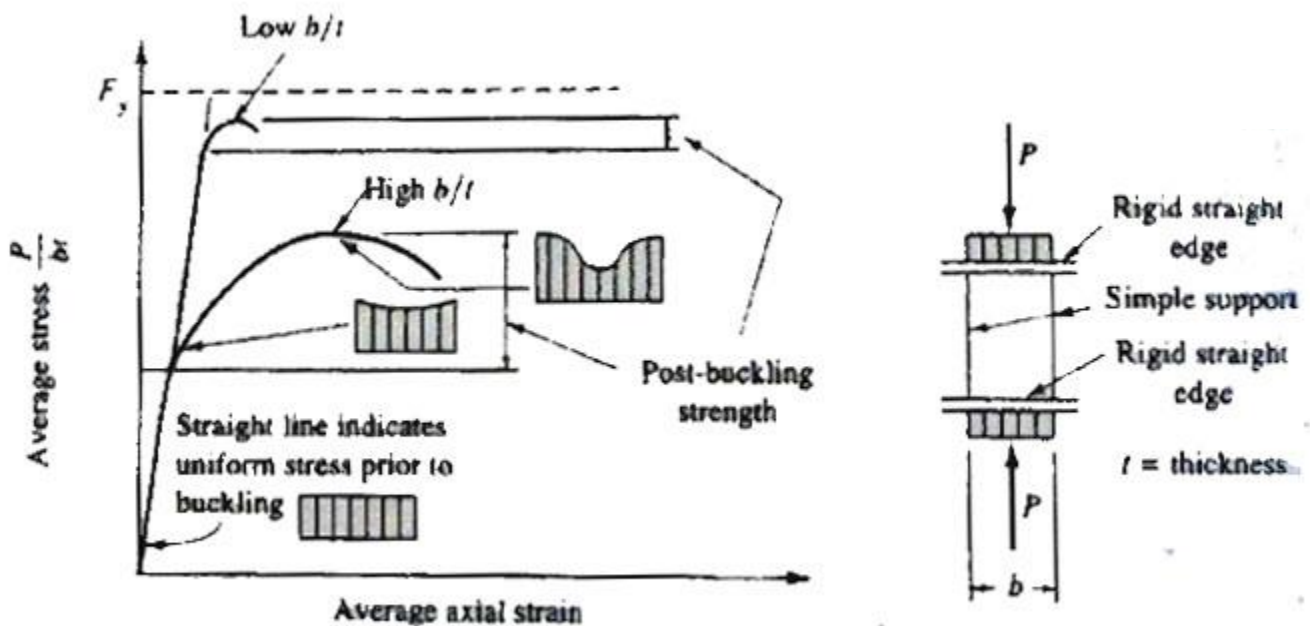
مقاومت ورق در مقابل فشار اعمال شده در لبه ها از دو قسمت تشکیل می شود:

$$1- \text{تنش کمانش الاستیک یا غیرالاستیک به دست آمده از رابطه: } F_{CR} = K \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2}$$

۲- مقاومت پس از کمانش (مقاومت پس کمانش)

در شکل زیر رفتار یک ورق فشاری در بار نهایی نشان داده شده است. اگر رفتار ورق را کاملاً الاستوپلاستیک و عاری از هر گونه تنش های پسماند در نظر بگیریم، توزیع تنش در مقطع به صورت یکنواخت باقی می ماند، تا اینکه تنش بحرانی کمانشی F_{CR} فرا رسد. از این به بعد افزایش بیشتر بار می تواند انجام پذیرد. لیکن نواحی

مرکزی عرض ورق که از لبه های تکیه داده شده دورتر هستند در امتداد جانبی کمانش می کنند. حتی اگر لبه های بارگذاری شده کاملاً مستقیم و سخت نگه داشته شوند، کمانش جانبی ناحیه مرکزی باعث می شود که توزیع تنش غیریکنواخت گردد بدین معنی که تنش در قسمت کمانش کرده ی مرکزی ثابت مانده و افزایش بار با افزایش تنش در حوالی لبه های تکیه داده شده جبران گردد.



مقاومت پس از کمانش ورق در واقع همان افزایش تنش ها تا حد جاری شدن در نواحی کمانش نکرده نزدیک به لبه های تکیه داده شده می باشد. هر چه نسبت $\frac{b}{t}$ بیشتر گردد، مقاومت پس از کمانش نیز بزرگتر می شود برای مقادیر کوچک $\frac{b}{t}$ نه تنها مقاومت از بین می رود بلکه ممکن است $\frac{F_{cr}}{F_y}$ بزرگتر از واحد گردد.

Tangent Modulus of Elasticity

۱۳-۱-۱ مدول الاستیسیته مماسی یا تانژانتی

عبارت است از شیب خط مماس بر منحنی تنش - کرنش در هر نقطه از منحنی و از رابطه زیر بدست می

آید: [۱۶]

$$E_t = \frac{f_y E_0}{f_y + 0.002nE_0 \left(\frac{f}{f_y}\right)^{n-1}} \quad (13 - 1 - 1)$$

Secant Modulus of Elasticity

۱۳-۲-۱ مدول الاستیسیته متقاطع یا سکانتی

عبارت است از شیب خطی که هر نقطه از منحنی تنش - کرنش را به مبدا وصل می کند .

با توجه به تعاریف فوق می توان دریافت که مدول الاستیسیته مماسی و سکانتی منجر به یک عدد

واحد برای مدول الاستیسیته فولاد نمی شوند این تعاریف برای هر نقطه از منحنی تنش - کرنش فولاد دو عدد

برای مدول الاستیسیته فولاد بدست می دهند ، بایستی توجه داشت برای تنشهای کمتر از F_y ، مدول مماسی

برابر مدول الاستیسیته فولاد است ($E_t = E$) و با توجه به اینکه منحنی تنش - کرنش فولاد در ناحیه پلاستیک به

صورت افقی در می آید بنابراین برای تنشهای بزرگتر از تنش تسلیم تا قبل از ناحیه سخت شدگی، E_t برابر صفر

است . مدول الاستیسیته متقاطع از رابطه زیر بدست می آید: [۱۶]

$$E_s = \frac{E_0}{1 + 0.002E_0 \frac{f^{n-1}}{f_y^n}} \quad (13 - 2 - 1)$$

$$\varepsilon = \frac{f}{E_0} + 0.002 \left(\frac{f}{f_y}\right)^n \quad (13 - 2 - 2)$$

$$n = \frac{\log \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_p}}{\log \frac{f_y}{f_p}} \quad (13 - 2 - 3)$$

f_p تنش حد تناسب

f_y تنش تسلیم

E_0 مدول الاستیسیته اولیه

ε کرنش

قبل از پرداختن به ادامه مباحث در مورد کماتش غیرالاستیک ورق لازم است که تنش پسماند تعریف شود.

Residual Stresses

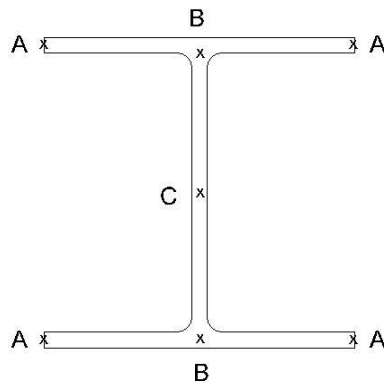
۱۳-۳ تنش های پسماند

برای تهیه پروفیل های موردنظر، شمش گداخته از فضای بین دو غلطک دوار که فاصله بین آنها مقداری کمتر از ضخامت قطعه است عبور داده می شود. برای تهیه یک پروفیل نورد شده بایستی عمل عبور به دفعات انجام گیرد و به عبارتی غلطک ها باید قبلاً به شکل مورد نظر مرحله به مرحله از شکل شمش تا نهایتاً شکل پروفیل مورد نظر تراشیده شوند.

در مراحل مختلف عملیات نورد گرم و در اثر سرد شدن غیریکنواخت مواد داخل پروفیل، تنش های پسماند که به خودی خود در مقطع در حال تعادل اند در پروفیل به وجود می آیند.

در شکل زیر که مقطع یک پروفیل I شکل گرم نورد شده می باشد نقاط A و C در انتهای آزاد بال

ها و وسط جان پروفیل زودتر از سایر نقاط مخصوصاً محل تلاقی بال و جان (نقطه C) سرد می شوند.



چون محل اتصال بال ها به جان هنوز گرم است، در این ناحیه بهم کشیدگی های پلاستیک پدید می آید. پس از آن دما به مرور کاهش یافته و ناحیه تماس بال و جان به علت بازگشت گرما به سمت لبه آزاد سرد می شود. هنگامی که در ناحیه تماس بال و جان بهم کشیدگی پلاستیک پدید می آید این ناحیه تمایل به کوتاه شدن دارد. از این رو به علت یکپارچگی در آن تنش های کششی و در لبه آزاد تنش فشاری متعادل توسعه می یابد. مقادیر و نحوه تغییرات تنش های پسماند در پروفیل ها با روش های مخصوص قابل اندازه گیری است. بررسی رفتار مقاطع در ناحیه پلاستیک خصوصاً بررسی پایداری مقاطع فولادی در محدوده ی غیرالاستیک به مقادیر و توزیع تنش های پسماند وابسته است. پژوهشگران برای سهولت بررسی های نظری مدل های مختلفی بر واقعیات برای توزیع تنش های پسماند در پروفیل های گرم نورد شده ارائه داده اند.

در مربع [۱۸] تنش پسماند به صورت زیر تعریف شده است :

تنش هایی که به علت تغییر شکل های غیر یکنواخت پلاستیک و یا سرد شدن غیرهمگن بعد از عملیات نورد گرم، برش حرارتی و یا جوشکاری در اعضا بدون بار خارجی به وجود می آید تنش های پسماند گفته می شود.

Trahair & Bradford برای مقاطع نورد شده با استاندارد اروپایی توزیع تنش زیر را پیشنهاد داده اند.

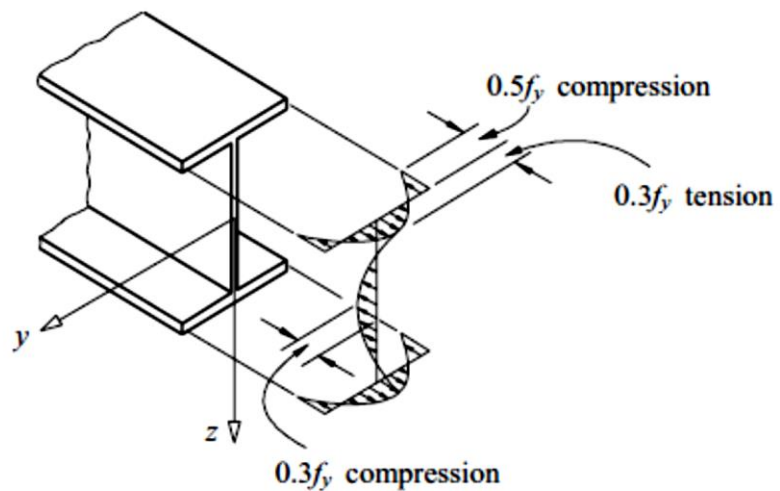
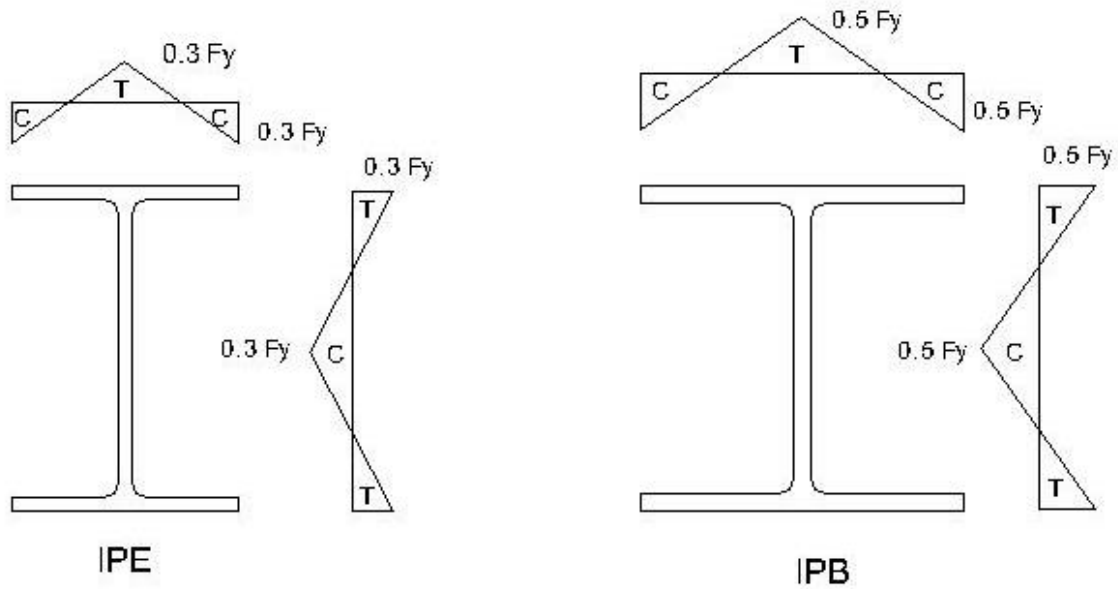
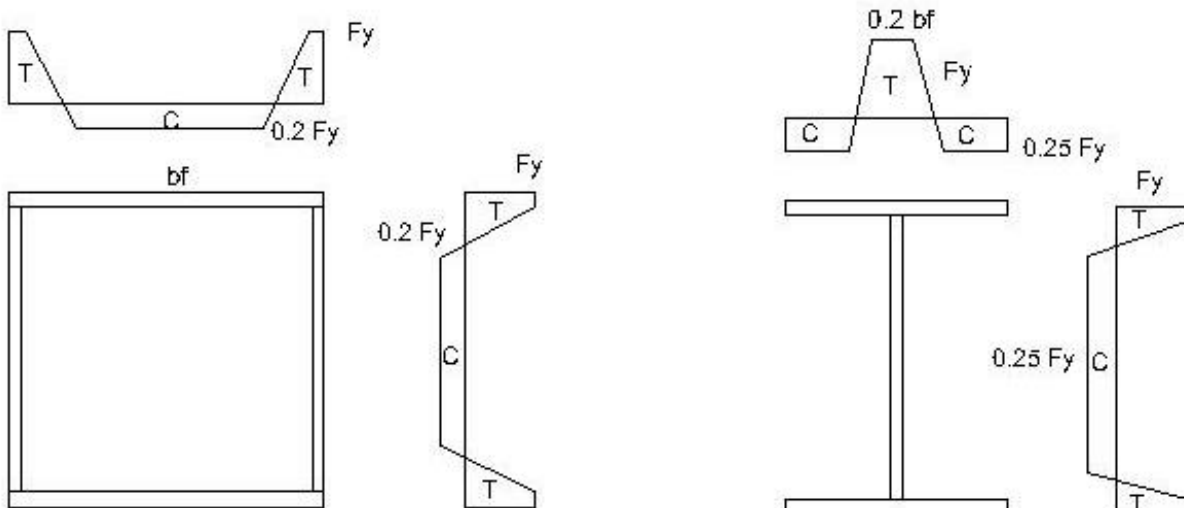


Figure 3.9 Idealised residual stress pattern.

مدل دیگری که می توان برای توزیع تنش های پسماند در مقاطع نورد شده IPE و IPB در محاسبات از آن استفاده کرد در شکل زیر نشان داده شده است.



برای مقاطع ساخته شده از ورق می توان به مدل های پیشنهادی یونگ و شولز که در شکل زیر آمده اشاره کرد.



تنشهای پسماند در لبه های آزاد نیمرخ های نورد شده به صورت فشاری تا حدود نصف تنش جاری شدن فولاد نرمه اندازه گیری شده است. در حالیکه تنشهای پسماند فشاری در نیمرخ های ساخته شده از ورق به

مراتب بزرگتر از مقدار نظیر در نیمرخهای نورد شده است. از این رو مقاومت فشاری نیمرخ های ساخته شده از ورق کوچکتر از نیمرخ های نورد شده است.

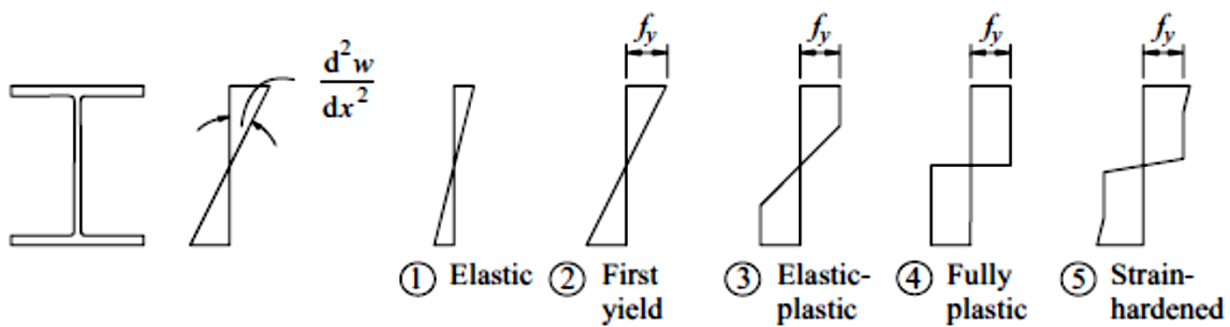
۱۴- طراحی مقاطع تحت خمش با استفاده از نتایج تحلیل پلاستیک

لنگر خمش منفی حاصل از تحلیل پلاستیک نسبت به لنگر خمشی منفی براساس تحلیل الاستیک کمتر است در حالی که لنگر خمشی مثبت حاصل از تحلیل پلاستیک نسبت به لنگر خمشی مثبت براساس تحلیل الاستیک بیشتر است. با توجه به این موضوع آیین نامه AISC و مبحث دهم مقررات ملی ساختمان اجازه می دهند در صورت لزوم از نتایج تحلیل پلاستیک در طراحی مقاطع تحت خمش استفاده شوند. بنابراین می توان لنگرهای خمشی منفی را با درصد مناسبی کاهش داده و متعاقباً لنگرهای خمشی مثبت را افزایش داد که این مستلزم آن است که مقطع تیر بدون آنکه دچار کمانسی موضعی شود تارهای آن بتواند کرنش هایی بالاتر از حد پلاستیک ϵ_y را تحمل نمایند.

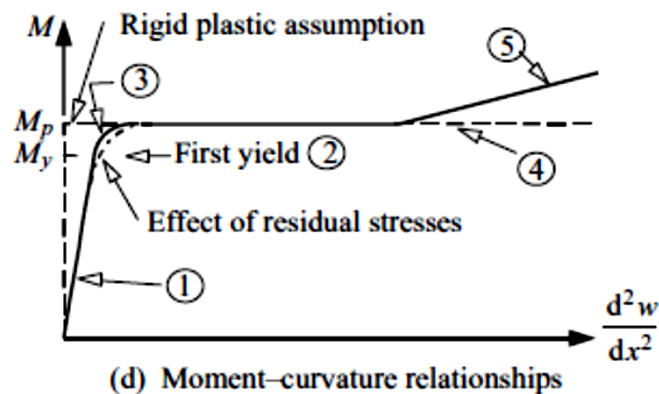
محدودیت های نسبت عرض به ضخامت اجزای تقویت نشده و تقویت شده ای که در جدول ۱۰-۱-

۲-۱ برای مقاطع غیر فشرده ارائه شده در حالتی صحیح است که تسلیم فقط در تارهای انتهایی مقطع تحت

خمش به وقوع بپیوندد و توزیع تنش مانند حالت ۲ شکل زیرباشد.



(c) Stress distributions



(d) Moment-curvature relationships

در صورتی که توزیع تنش مانند حالت ۴ شکل فوق مدنظر باشد، بایستی کمانش موضعی در محدوده پلاستیک را در نظر گرفت. بررسی های تجربی و نظری نشان داده است که برای توسعه کرنش هایی بزرگتر از چند برابر کرنش حد تسلیم در مقاطع، بدون پدید آمدن کمانش موضعی در اعضا لازم است نسبت عرض به ضخامت ورق ها حتی از محدودیت های مقاطع غیرفشرده نیز کمتر باشد.

در واقع چنانچه نسبت عرض به ضخامت اجزای تقویت شده و نشده مطابق نسبت مقاطع فشرده باشد می توان از

تحلیل پلاستیک برای مقطع تحت خمش استفاده نمود.

Isakson و PIFKO کمانش غیر الاستیک ورقهای مربعی و مستطیلی با شرایط مرزی ساده را به کمک روش نوار محدود مطالعه کردند همچنین lau و Hancock روش نوار محدود باریک را بکار بردند. مطالعات آنها بر پایه منحنی تنش - کرنش ارائه شده توسط Ramberg-osgood با استفاده از تئوری تغییر شکل پلاستیسیته برای آلومینیوم استوار شده بود.

Azhari & Bradford با استفاده از روش نوارهای محدود رفتار کمانشی ورق ها در محدوده غیر الاستیک را بررسی نموده اند. برای اثبات اعتبار و دقت روش نوار محدود که برای بررسی کمانش غیر الاستیک ورق استفاده گردید، و با استفاده از هر دو تئوری جریان و تغییر شکل پلاستیسیته، کمانش الاستیک، پلاستیک و ناحیه کار سختی را مطالعه کرده و نتایج را با مقادیر آیین نامه استرالیا مقایسه نمودند. همچنین روشی برای تخمین زدن ظرفیت دورانی مفصل پلاستیک قبل از شروع کمانش ارائه دادند.

تنشهای کمانشی که توسط روش نوار محدود محاسبه شدند مطابقت خوبی در مقایسه با نتایج مطالعات Lau و PIFKO (در مطالعه ایشان $\sigma_{0.7}$ و $\sigma_{0.85}$ به ترتیب متناظر با $E_s = 0.7E$ و $E_s = 0.85E$ بود) که در جدول ۱ و ۲ آمده اند داشت.

Table 1 Inelastic critical stresses for S S square plate under uniform compression, (deformation theory) Critical stresses are in psi, $a = b = 20$ in

Thickness (in)	FEM ¹⁶	Spline FSM ⁹	This study		Exact
			4 strips	8 strips	
0.77867	65002	65002	65006	65000	65000
0.85800	75003	75002	75006	75001	75000
0.96449	85003	85000	85005	85000	85000
1.12019	95002	95000	95004	95000	95000
1.36678	105002	105000	105003	105000	105000
1.76752	115000	115000	115002	115000	115000
2.39053	125002	125000	125002	125000	125000

Table 2 Inelastic critical stresses for S S rectangular plate under uniform compression Critical stresses are in psi, $a = 30$ in, $b = 20$ in

Thickness (in)	FEM ¹⁶	Spline FSM ⁹	This study	Exact
			4 strips, 2 terms	
0.75008	65005	65014	65004	65000
0.83518	75004	75007	75003	75000
0.95429	85004	85004	85003	85000
1.12710	95002	95009	95002	95000
1.39064	105001	105006	105002	105000
1.80884	115001	115004	115001	115000
2.45321	125001	125011	125001	125000

همچنین این روش برای مطالعه رفتار ورقهای مربعی با لبه های ساده نگه داشته شده از فولاد نرمه با و بدون تنش های پسماند بکار برده شد. هر دو نظریه تغییر شکل پلاستیسیته و جریان پلاستیسیته برای توزیع تنشهای پسماند و منحنی تنش - کرنش بکار برده شده در آنالیز، توسعه یافتند.

خصوصیات مصالح شامل $E = 2 \times 10^5 \text{ mpa}$ و $\sigma_y = 250 \text{ Mpa}$ و $E_{st} = \frac{E}{33}$ و $\varepsilon_{st} = 11\varepsilon_y$ و

$\nu = 0.3$ و برپایه نظریه شیب در ناحیه پلاستیک در نظر گرفته شد. $E_y = E_{ST}$

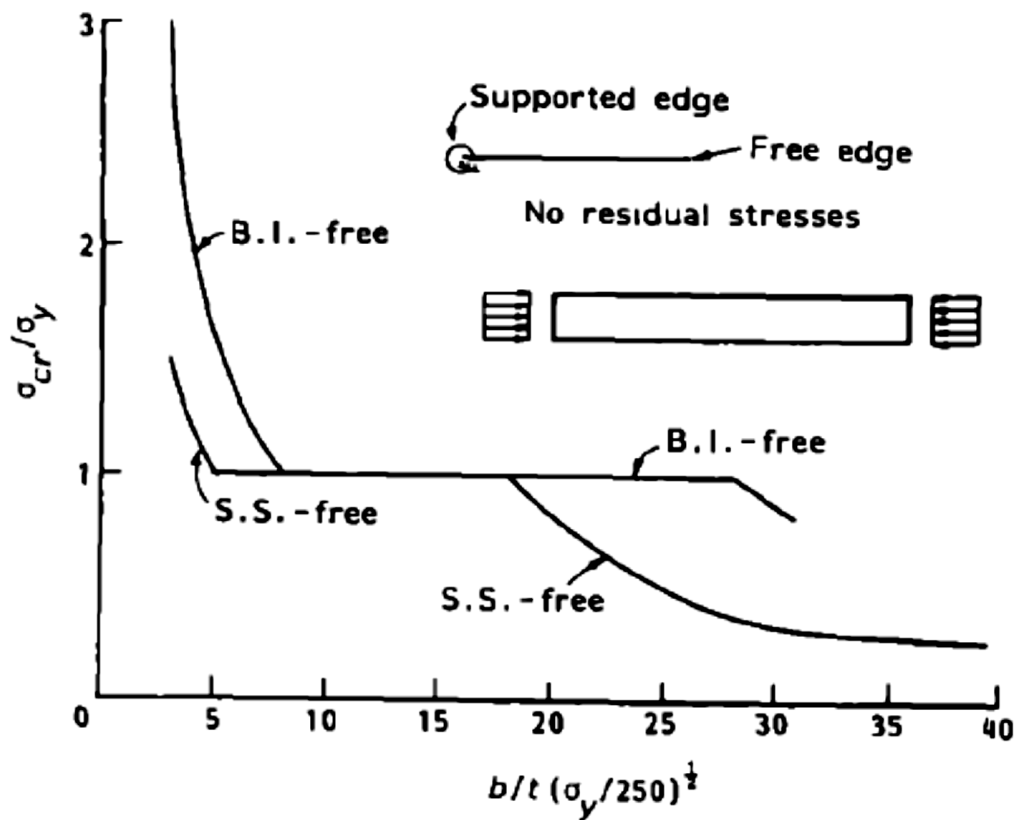
مقدار مدول سکانتی با رابطه زیر مشخص گردید:

$$E_s = \frac{\sigma}{\varepsilon_{st} + (\sigma - \sigma_1) / E_{st}} \quad (14-1)$$

که ε_{st} برابر با کرنش سخت شدگی و ε_y کرنش حد تسلیم است.

نسبتهای تنش کمانش به تنش تسلیم برای مقادیر مختلف نسبت لاغری ورق نتایج مطابقت خوبی با مقادیر Lau و... داشتند.

Bradford & Azhari بار بحرانی ورق هایی که دارای شرایط مرزی گوناگون هستند در ناحیه الاستیک، پلاستیک و کارسختی با و بدون تنش پسماند را در شکل های ۱۴-۱ و ۱۴-۲ نشان داده اند.



شکل ۱۴-۱ تنش بحرانی ورق نیمه بال مقطع I شکل بدون تنش پسماند

در شکل ۱-۱۴ نمودار تنش بدون بعد $\frac{F_{cr}}{F_y}$ بر حسب مقادیر مختلف $\frac{b}{t} \sqrt{\frac{F_y}{250}}$ (بر حسب مگاپاسکال) برای ورق های طویل با شرایط مرزی یک طرفه آزاد و طرف دیگر در دو حالت مفصلی و گیردار نشان داده شده است.

با توجه به نمودار ملاحظه می شود برای شرایطی مرزی آزاد - مفصلی و ضریب لاغری اصلاح شده

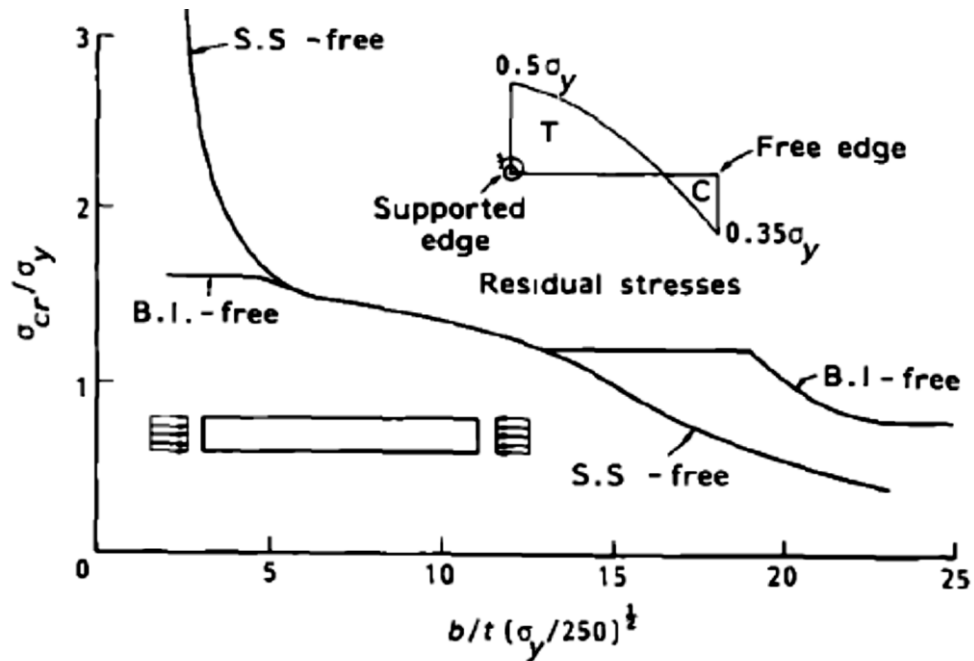
$$\frac{F_{cr}}{F_y} < 1 \text{ یعنی (سهمی اولر) دهد در ورق کمانش الاستیک رخ می دهد (سهمی اولر) یعنی } \frac{b}{t} \sqrt{\frac{F_y}{250}} \geq 18$$

$$\text{برای } 5.3 < \frac{b}{t} \sqrt{\frac{F_y}{250}} < 18 \text{ کمانش پلاستیک و } \frac{F_{cr}}{F_y} = 1$$

$$\text{برای } \frac{b}{t} \sqrt{\frac{F_y}{250}} \leq 5.3 \text{ کمانش در ناحیه کارسختی رخ می دهد و در نتیجه } \frac{F_{cr}}{F_y} > 1$$

با دقت در نمودار مشخص می شود هر چه نسبت $\frac{b}{t}$ کاهش یابد قبل از کمانش ورق تارهای بیشتری از ورق به حد تنش تسلیم می رسند. به طوری که در ناحیه کارسختی پس از پلاستیک شدن کامل مقطع کمانش اتفاق می افتد.

در شکل ۲-۱۴ منحنی تغییرات بدون بعد $\frac{F_{cr}}{F_y}$ بر حسب مقادیر مختلف عرض و ضخامت ورق $\frac{b}{t} \sqrt{\frac{F_y}{250}}$ برای ورق طویل با شرایط مرزی (آزاد - مفصلی) و (آزاد - گیردار) و با تنش پسماند ترسیم شده است.



شکل ۲-۱۴ تنش بحرانی ورق نیمه بال مقطع I شکل با تنش پسماند

توزیع تنش پسماند به صورت سهمی در نظر گرفته شده به طوری که در لبه آزاد تنش فشاری $0.35 F_y$ و در لبه مقید کشش $0.5 F_y$ منظور شده است. با توجه به شکل ملاحظه می شود وجود تنش پسماند موجب تغییر

در مقادیر $\frac{b}{t} \sqrt{\frac{F_y}{250}}$ برای تفکیک نواحی مختلف کماتش موضعی ورق است.

براساس تحقیقات صورت گرفته توسط Azhari & Bradford برای تغییرات $\frac{\epsilon_{cr}}{\epsilon_y}$ و برای نسبت های

گوناگون $\frac{b}{t} \sqrt{\frac{F_y}{2400}}$ در ورق های تقویت نشده با شرایط مرزی (گیردار - آزاد) و (مفصلی - آزاد) برای دو

حالت با و بدون تنش پسماند نتایج زیر حاصل شده است:

الف) برای فولاد نرمه معمولی $F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$ و نسبت $\frac{b}{t} = 18$ در هر دو حالت با و بدون تنش

پسماند نسبت $\frac{\epsilon_{cr}}{\epsilon_y}$ در هر دو منحنی برابر واحد است. [شکل ۶-۴ ص ۲۵۶ ازهری]

ب) در ورق تقویت نشده با شرایط مرزی (مفصلی - آزاد) و بدون تنش پسماند ساخته شده از فولاد نرمه معمولی با $F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$ اگر $\frac{b}{t}$ به ترتیب برابر ۱۰ و ۹ باشد نسبت $\frac{\epsilon_{cr}}{\epsilon_y}$ به ترتیب برابر ۳ و $\frac{3}{6}$ خواهد بود.

ج) در ورق تقویت نشده با شرایط مرزی (مفصلی - آزاد) و با تنش پسماند ساخته شده از فولاد نرمه معمولی با $F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$ اگر $\frac{b}{t}$ به ترتیب برابر ۱۰ و ۹ باشد نسبت $\frac{\epsilon_{cr}}{\epsilon_y}$ به ترتیب برابر $\frac{3}{2}$ و ۴ خواهد بود.

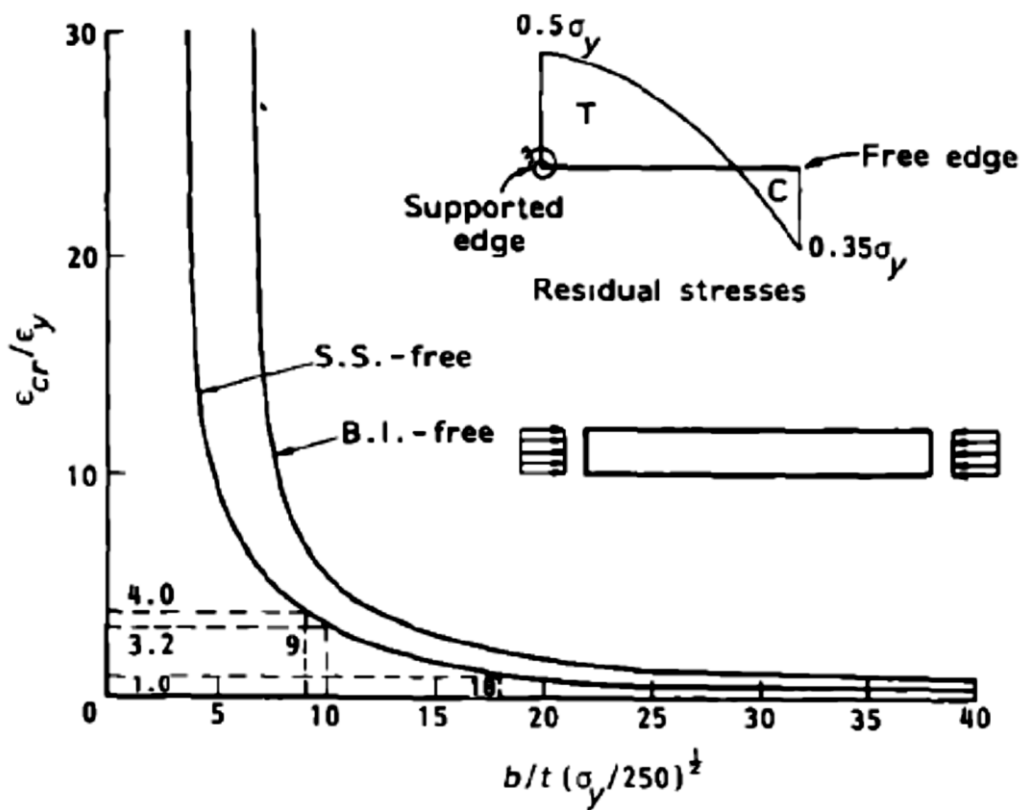
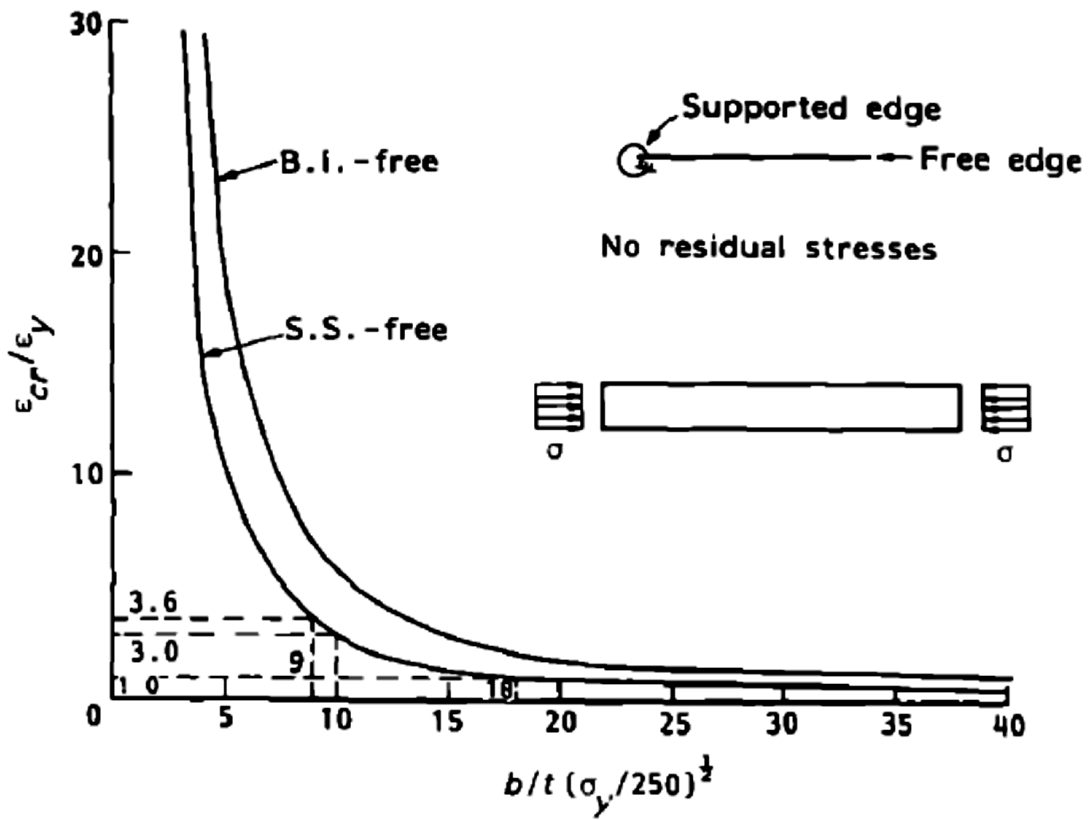
با توجه به نتیج بندهای ب و ج برای ورق تقویت نشده با شرایط مرزی (مفصلی - آزاد) نسبت عرض به ضخامت حدود ۱۰ اجازه می دهد کرنش هایی تا ۳ الی $\frac{3}{2}$ برابر کرنش حد تسلیم در ورق توسعه یابد.

بنابراین برای ورق نیمه بال یک نیمرخ I شکل که حالتی بین شرایط (مفصلی - آزاد) و (گیردار - آزاد) دارد، محدودیت پهنای آزاد به ضخامت برای این مورد خاص که معادل ۱۱/۱ می باشد امکان ایجاد کرنش هایی تا ۴ برابر کرنش حد تسلیم را در مقطع فراهم می آورد.

تعیین بار بحرانی ورق در ناحیه غیرالاستیک کاملاً به نظریه پلاستیسیته ای که برای آن مورد استفاده قرار می گیرد بستگی دارد. تعدادی از پژوهشگران از نظریه تغییر شکلی پلاستیسیته (Deformation Theory of plasticity) و تعدادی نیز از نظریه جریان پلاستیسیته (Flow Theory of plasticity) برای تعیین تنش بحرانی ورق در ناحیه غیرالاستیک استفاده کرده اند.

تفاوت عمده دو نظریه در چگونگی ارتباط بین تانسور تنش و کرنش در روند کماتش موضعی است. نتایج حاصل از تحقیقات پژوهشگران بیانگر این مطلب است که نظریه تغییر شکلی پلاستیسیته تنش های بحرانی نزدیکتری به نتایج حاصل از آزمایش به دست می دهد.

شایان ذکر است وجود تنش های پسماند در تحلیل پایداری غیرالاستیک بر مقدار بحرانی مؤثر خواهد بود. به عنوان یک اصل کلی هنگامی که ورق های تشکیل دهند، اجزای مقاطع فشاری کرنش های بالاتری از حد الاستیک خود را تجربه می کنند، تنش های بمرانب آنها و به بیان دیگر ضریب کمانش موضعی آنها کاهش می یابند. کاهش تنش بحرانی ورق ها در محدوده غیرالاستیک به دلیل کاهش سختی (صلبیت) ورق در روند بارگذاری فشاری می باشد. هر چه نسبت کرنش هایی که قرار است عضو تجربه کند به کرنش حد الاستیک زیادتر گردد $\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_y}\right)$ کاهش سختی ورق و در نتیجه کاهش تنش بحرانی، بیشتر خواهد بود. چون در طراحی لرزه ای سازه های فولادی اجزای تشکیل دهنده مقاطع باید کرنش های غیرالاستیک قابل ملاحظه ای را تجربه کنند، از اینرو برای تعیین تنش بحرانی این اجزا لازم است از نظریه کمانش غیرالاستیک ورق ها استفاده شود.



۱-۱۴- معادله تنش کمانشی غیر الاستیک

تنش کمانش الاستیک یک ورق مستطیلی مسطح از رابطه زیر بدست می آید :

$$(\sigma_{cr})_e = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (14-1-1)$$

هنگامیکه تنش کمانشی از حد تناسب مصالح ورق بالاتر می رود بخشهایی از معادله فوق که تحت تاثیر قرار می گیرند ضرایب ν, E, K می باشند همانطور که می دانیم K بستگی به شرایط بارگذاری لبه ها، شرایط مرزی لبه های طولی و نسبت طول به عرض ورق دارد. مدول الاستیسیته، E ، با کاهش سختی خمشی تحت تاثیر رفتار غیر الاستیک کاهش می یابد.

نسبت پواسون در ناحیه تسلیم، انتقال تدریجی از مقدار الاستیک ν_e به مقدار 0.5 برای مصالح پلاستیک خواهد داشت.

برای محاسبه ضریب پواسون بعد از حد تناسب می توان رابطه زیر را بکار برد :

$$\nu = \nu_{pl} - (\nu_{pl} - \nu_e)(E_S / E) \quad \text{و} \quad \nu_{pl} = 0.5$$

به منظور سادگی محاسبات، تمام عواملی که باعث افزایش رفتار مصالح از حد تناسب می شوند در ضریبی تحت عنوان ضریب کاهش پلاستیسیته، η خلاصه می شوند :

$$\eta = \frac{(\sigma_{cr})_p}{(\sigma_{cr})_e} \quad (14-1-2)$$

که با قرار دادن معادله (۱۴-۱-۲) در (۱۴-۱-۱) داریم :

$$(\sigma_{cr})_p = \eta \frac{k \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (14-1-3)$$

در واقع η بیانگر رفتار غیر الاستیک مصالح می باشد .

در محدوده الاستیک تنش و کرنش با یکدیگر رابطه خطی دارند که با مدول الاستیسیته بیان می شود در

کرنش های پس از حد تناسب ، رابطه تنش - کرنش محدودی به فرم :

$$\sigma = E_s \varepsilon \quad (14-1-4)$$

و یا رابطه نموی :

$$d\sigma = E_t d\varepsilon \quad (14-1-5)$$

استفاده می شود .

در هر دو رابطه فوق مدول سکانتی ، E_s و یا مدول تانژانتی ، E_t با تنشها تغییر می کنند و تا زمانیکه امکان

افزایش بارگذاری وجود داشته باشد قابل به کار بردن می باشند .

به منظور سادگی کار تهیه نمودارهای طراحی کمانش غیر الاستیک ، می توان رابطه کرنش الاستیک بحرانی

که به صورت زیر تعریف می شود را بکار برد :

$$\varepsilon_{cr} = \frac{k \pi^2}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (14-1-6)$$

که با جاگذاری رابطه (۱۴-۱-۶) در رابطه (۱۴-۱-۱) داریم :

$$\sigma_{cr} = \eta E \varepsilon_{cr} \quad (14-1-7)$$

نشریه فنی NASA TN No. 1817 مقادیر زیر را برای η پیشنهاد داده است:

Stowell برای ورقها تحت فشار محوری یکنواخت رابطه زیر را برای η پیشنهاد

داده است:

$$\eta = \eta_s \frac{(1 - \nu_e^2)}{(1 - \nu^2)}$$

(NASA TN No. 3781)

$$\eta_s = \frac{E_s}{E} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3 E_t}{4 E_s}} \right) \quad (14-1-8)$$

Ilyushin نیز رابطه زیر را برای η پیشنهاد داد:

$$\eta = \frac{1-x}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{1-x+3j}{4(1-x)}} \right) \quad (14-1-9)$$

Handelman-prager نیز رابطه زیر را برای η ارائه دادند:

$$\eta = \frac{1}{4} (D_{11} + 2D_{12} + D_{22}) \quad (14-1-10)$$

Bijlaard برای ورقها تحت اثر همزمان فشار محوری و خمش رابطه زیر را برای η پیشنهاد داده است :

$$\eta = \left(\frac{1 - \nu_e^2}{1 - \nu^2} \right) \left[\frac{\alpha}{2} (E_s / e) + \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \eta_c \right] \quad (14-1-11)$$

$$\alpha = \frac{12M}{pb + 6M}$$

P = بار محوری

M = لنگر خمشی

B = عرض ورق

و η_c $\left[\frac{(1 - \nu_e^2)}{(1 - \nu^2)} \right]$ ضریب کاهش پلاستیسیته در حالت فشار محوری است .

معادله (۱۱-۱-۱۴) زمانی که $\alpha = 0$ است برای حالت فشار محوری به تنهایی کاربرد داشته و در حالتیکه

$\alpha = 2$ باشد بیانگر حالت خمش خالص و ضریب کاهش پلاستیسیته برای بال مفصلی می باشد .

بایستی توجه داشت که گیرداری لبه های بارگذاری شده تا زمانیکه $\alpha < \frac{7}{4}$ می باشد در تعیین ضریب کمزش

صفحه تاثیری ندارد که این مقدار معادل $\frac{pb}{m} \geq 1$ می باشد .

Johnson و Wang مقادیر زیر را η برای پیشنهاد دادند:

$$\eta = \frac{E_s}{E_0} \text{ برای ورقهای تقویت نشده تحت فشار}$$

$$\eta = \sqrt{E_t/E_0} \text{ برای ورقهای تقویت شده تحت فشار}$$

برای حالات مختلف بارگذاری و شرایط مرزی لبه ها در جدول ۲ نشریه فنی NASA TN No.3781

مقادیر زیر برای η پیشنهاد داده است:

TABLE 2.- PLASTICITY-REDUCTION FACTORS 1

$$j = (E_s/E)(1 - \nu_e^2)/(1 - \nu^2)$$

Loading	Structure	η/j
Compression	Long flange, one unloaded edge simply supported	1
	Long flange, one unloaded edge clamped	$0.330 + 0.335 \left[1 + (3E_t/E_s) \right]^{1/2}$
	Long plate, both unloaded edges simply supported	$0.500 + 0.250 \left[1 + (3E_t/E_s) \right]^{1/2}$
	Long plate, both unloaded edges clamped	$0.352 + 0.324 \left[1 + (3E_t/E_s) \right]^{1/2}$
	Short plate loaded as a column ($L/b \ll 1$)	$0.250 \left[1 + (3E_t/E_s) \right]$
	Square plate loaded as a column ($L/b = 1$)	$0.114 + 0.886(E_t/E_s)$
	Long column ($L/b \gg 1$)	E_t/E_s
Shear	Rectangular plate, all edges elastically restrained	$0.83 + 0.17(E_t/E_s)$

مرکز تحقیقات پایداری سازه، SSRC، در راهنمای معیارهای طراحی پایداری ویرایش سال ۲۰۰۹ با توجه به تحقیقات Bleich در سال ۱۹۵۲ رابطه تعمیم یافته زیر را برای ورقهای مسطح تحت تنشهای فشاری یکنواخت به منظور محاسبه تنشهای کمانش بحرانی الاستیک و غیر الاستیک ارائه داده است:

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E \sqrt{\eta}}{12(1-\nu^2)(b/t)^2}$$

$$\eta = \frac{E_t}{E}$$

این اصلاح رابطه تنش بحرانی برای سازگاری بیشتر یا تنشهای بالاتر از حد تناسب تقریب محافظه

کارانه ای برای حل مسائل پیچیده تر است که به طور پیوسته توسط پژوهشگران همچون Bijlaard و Stowell برای تنشهای محوری بروز شده است.

رابطه فوق در در تفسیر AISC-89 نیز در نظر گرفته شده است.

در همان مرجع، SSRC، آمده است: یک روش ساده دیگر برای اصلاح تنش بحرانی کمانش الاستیک برای

ورقها در ناحیه کار سختی استفاده از ضریب $\sqrt{EE_{st}}$ بجای E می باشد که E_{st} برابر با مدول الاستیسیته مصالح

در ناحیه کار سختی می باشد و مقدار آن برابر $E_{st} = \frac{E}{33}$ است.

در این صورت برای ورق بالبه های ساده در چهار طرف به منظور برابر شدن تنش بحرانی با تنش تسلیم بایستی

رابطه زیر برقرار باشد:

$$\frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{235}} = 23.7$$

که این مقدار برای نسبت پهنا به ضخامت ورق بسیار محافظه کارانه است .

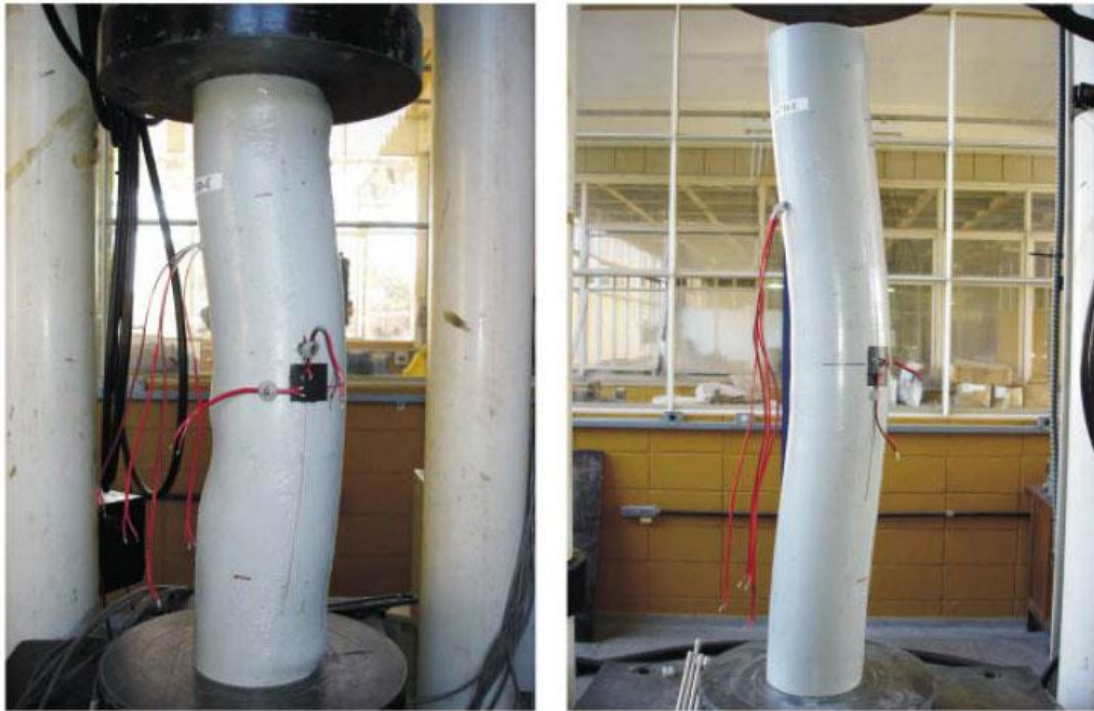
۱۵- کمانش پوسته ها

تفاوت اساسی میان یک پوسته و یک صفحه در این است که پوسته ها دارای انحنا اولیه می باشد در حالی که فرض می شود صفحات در ابتدا مسطح هستند. اگر یک پوسته استوانه ای در امتداد محور طولی به طور یکنواخت فشرده شود ممکن است در یک مقدار معین از بار فشاری ، کمانش متقارن نسبت به محور استوانه رخ

دهد



شکل ۱-۱۵ کمانش موضعی ورق استوانه جدار نازک



شکل ۲-۱۵ کمانش کلی ستون استوانه ای جدار نازک

مقدار بار بحرانی نیروی فشاری N_{cr} در واحد طول از لبه پیوسته را می توان با استفاده از روش انرژی به دست آورد. از مساوی قرار دادن کار انجام شده توسط نیروهای فشاری در حین کمانش با افزایش انرژی داخلی در حین کمانش تنش بحرانی کمانش پیوسته استوانه ای به دست می آید:

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{t} = D \left(\frac{m^2 \pi^2}{tL^2} + \frac{E}{r^2 D} \cdot \frac{L^2}{m^2 \pi^2} \right) \quad (15 - 1)$$

با فرض اینکه در حین کمانش، موج های زیادی در طول استوانه ایجاد شوند و σ_{cr} را تابعی پیوسته از $\frac{m\pi}{L}$ در نظر بگیریم مقدار ماکزیمم تنش بحرانی برابر است با:

$$(\sigma_{cr})_{\max} = \frac{2}{r \cdot t} \sqrt{E \cdot D \cdot t} = \frac{Et}{r\sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad (15 - 2)$$

$$D = 2r \text{ قطر استوانه}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{2Et}{D\sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad (15 - 3)$$

در مطالعه کمانش یک پوسته استوانه ای تحت اثر فشار یکنواخت که حالت عمومی کمانش متقارن بوده و مبتنی بر حالت عمومی تغییر شکل یک پوسته استوانه ای می باشد. تنش بحرانی کمانش به صورت رابطه ی زیر به دست می آید:

$$\sigma_{cr} = \frac{Et}{r\sqrt{3(1-\nu^2)}} \cdot \frac{n^2-1}{n^2+1} \quad (15-4)$$

این تنش کوچکتر از تنش به دست آمده برای کمانش متقارن می باشد و کوچکترین مقدار آن به ازای $n = 2$ برابر است با:

$$\sigma_{cr} = \frac{6Et}{5D\sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad (15-5)$$

با توجه به بررسی های انجام شده مشخص می شود فقط در مورد پوسته های خیلی نازک، کمانش در داخل ناحیه ارتجاعی که در آن فرمول های تئوریک را می توان به کار برد اتفاق می افتد.

نخستین آزمایش ها مربوط به کمانش لوله ها توسط W.Fairbairn انجام شد که وی دریافت از بین رفتن لوله های نسبتاً ضخیم که در امتداد طولی فشرده می شوند به علت جاری شدن ماده و نه به علت کمانش است. بعدها Andrew Robertson آزمایشاتی در ارتباط با پوسته های نازک در سازه هواپیماها تحت فشار محوری انجام داد و نتایج آنها را با فرمول های تئوریک مورد مقایسه قرار داد.

Trans با انجام آزمایش روی استوانه های نازک فولادی و برنجی و آلومینیومی دریافت که این پوسته ها به صورت موج های نسبتاً کوچکی کمانش می کنند نتایج به دست آمده از این آزمایش ها بیانگر این مطلب است که در همه ی نمونه های تحت آزمایش، کمانش در تنش خیلی کمتر از تنشی که تئوری پیشگویی می کند اتفاق افتاده است. تنش نهایی در هیچ موردی از ۶۰٪ تنش تئوریک بیشتر نشد. دیده می شود که نسبت

تنش نهایی به تنش تئوریک با افزایش نسبت $\frac{D}{2t}$ کاهش می یابد، یعنی اختلاف بین تجربه و تئوری برای پوسته های نازکتر، بزرگتر می باشد.

برای تشریح علت این اختلاف تئوری که انحراف اولیه از سطح استوانه ای ایده آل را به حساب آورده و خمش پوسته به علت این نقص اولیه را به فرض اینکه تغییر مکان ها کوچک نباشند در نظر می گیرد توسط Donnell توسعه یافت. فرض می شود که وقتی جاری شدن ماده شروع می شود، پوسته ها فرو می ریزند با در نظر گرفتن نقایص اولیه، به صورت موج های هم طول در امتدادهای محوری و محیطی و در ترکیب با موج های کمانش متقارن نسبت به محور به علت قیدهای انتهایی که از انبساط جانبی پوسته در حین فشردگی جلوگیری می کنند، می توان بار نهایی برای یک مقدار داده شده ی نسبت $\frac{E}{F_y \sqrt{3(1-\nu^2)}}$ نسبت $\frac{r}{t}$ نمایش داد. براساس اطلاعات تجربی موجود، یک فرمول تجربی برای محاسبه مقاومت نهایی پوسته های استوانه ای تحت فشار محوری ارائه شده است.

$$\sigma_{ult} = E \cdot \frac{0.6 \frac{t}{r} - 10^{-7} \frac{r}{t}}{1 + 0.004 \frac{E}{F_y}} \quad (15 - 6)$$

با صرف نظر کردن از ترم $10^{-7} \frac{r}{t}$ و قرار دادن $E = 2.03 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ و $F_y =$

$$2400 \text{ kg/cm}^2 \text{ و } r = \frac{D}{2} \text{ داریم:}$$

$$\sigma_{ult} = E \cdot \frac{\frac{1.2t}{D}}{4.383} = \frac{0.27Et}{D}$$

$$F_y < \sigma_{ult} \quad \Rightarrow \quad F_y < \frac{0.27Et}{D}$$

$$\frac{b}{t} < \frac{0.27E}{F_y}$$

که آیین نامه AISC برای این حالت ضریب 0.11 را به جای 0.27 پیشنهاد داده است.

۱۵-۱ کمانش پوسته ها تحت تنش فشاری

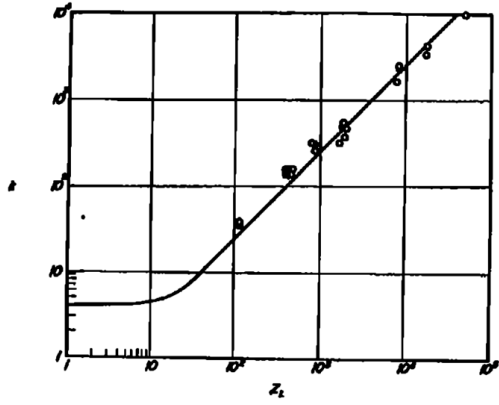
برای پوسته های استوانه ای کوتاه ($L^2 / rt < 1$) معادله ورقهای مسطح برای کمانش این نوع از پوسته ها بکار

می رود :

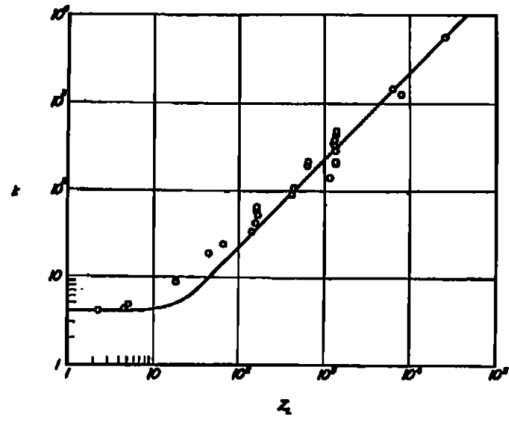
$$\sigma_{cr} = \eta \frac{k_c \pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{L}\right)^2 \quad (15-1-1)$$

این نوع پوسته ها دارای مد کمانشی موج سینوسی مانند ورقهای مسطح می باشند. η همان مقداری است که قبلا برای صفحات بکار گرفته شد.

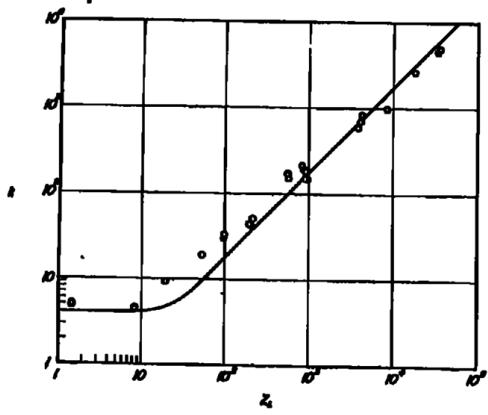
در ناحیه طول انتقالی ($1 < L^2 / rt < 100$) می توان رابطه فوق را بکار برد ولی برای تعیین K_c بایستی از منحنی های (NACA.TN 3783) استفاده کرد .



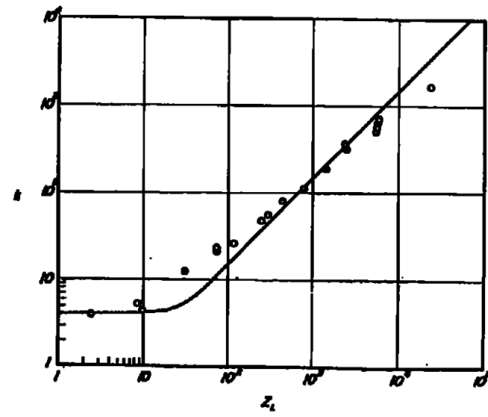
(a) $r/t = 500.$



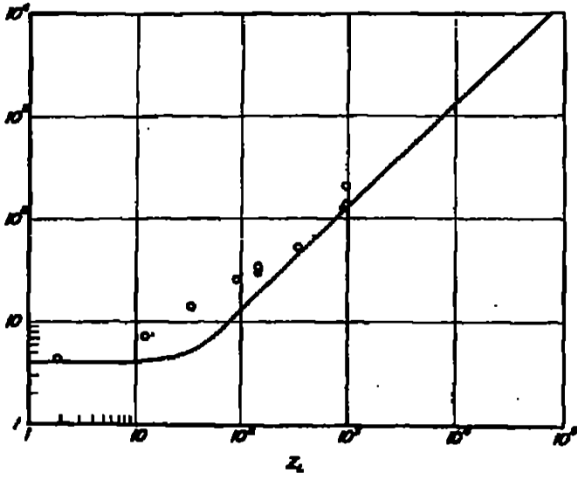
(b) $r/t = 750.$



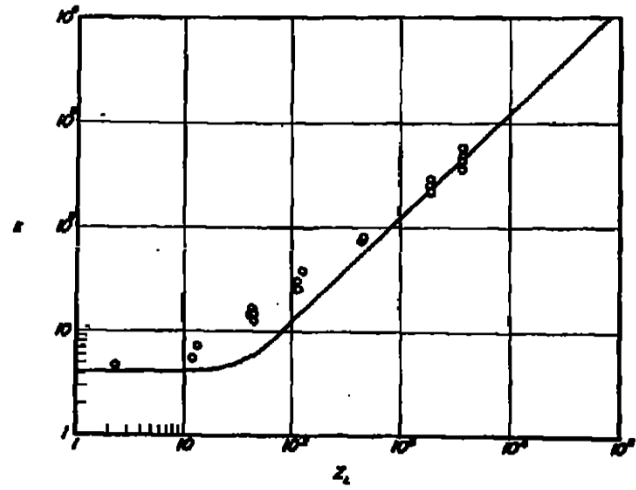
(c) $r/t = 1,000.$



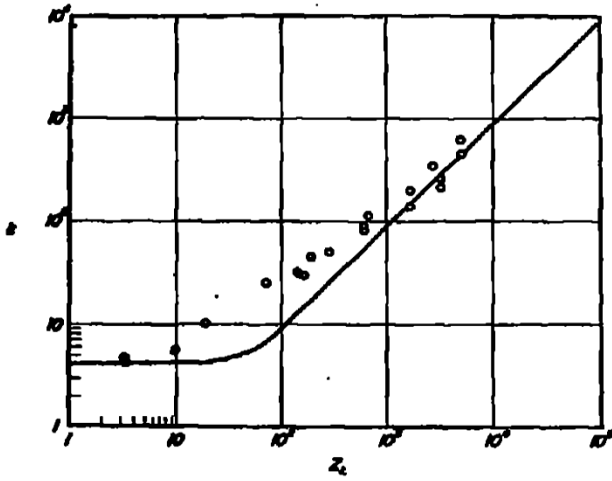
(d) $r/t = 1,250.$



(e) $r/t = 1,600.$



(f) $r/t = 2,000.$



(g) $r/t = 3,000.$

برای پوسته های استوانه ای بلند ($L^2 / rt < 100$) معادله تنش کمانشی اصلاح شده زیر بکار می رود.

$$\sigma_{cr} = \eta CET / r \quad (15-1-2)$$

برای تعیین C می توان از منحنی زیر استفاده کرد. (NACA.TN 3783)

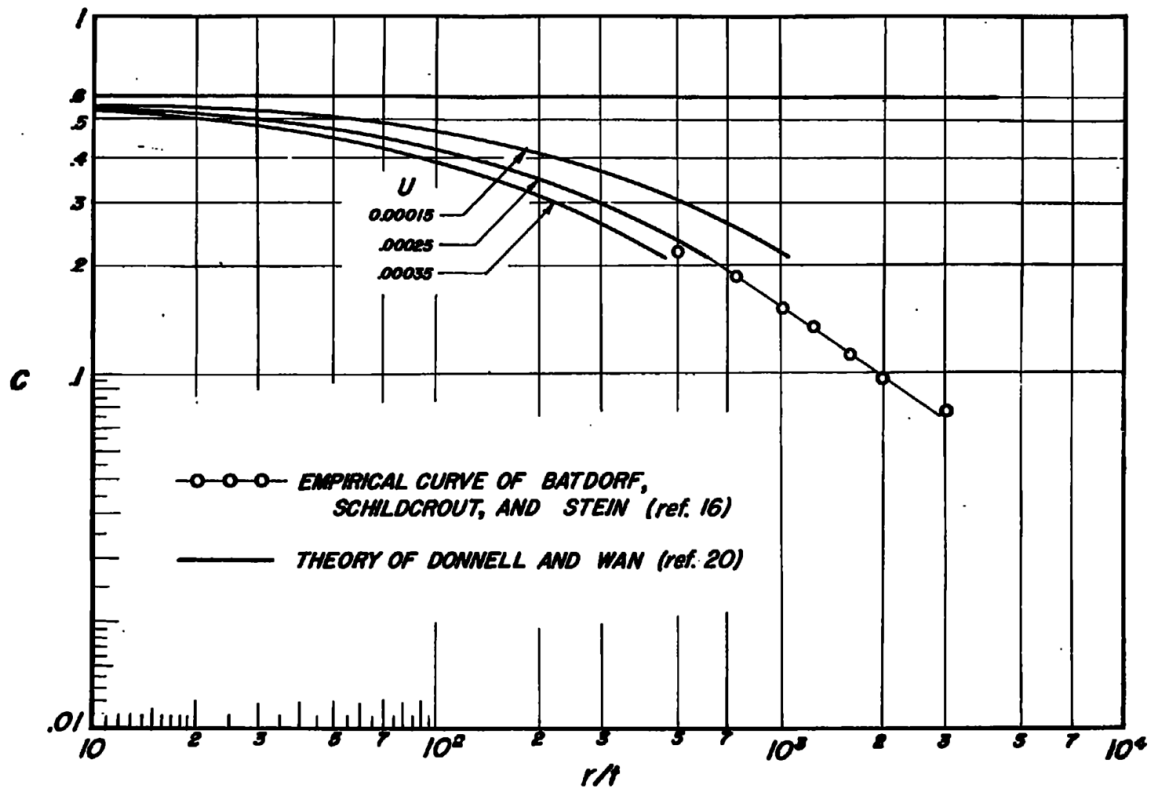


Figure 7.- Modified classical buckling coefficient as a function of r/t for axially compressed cylinders.

η برای حالت کمانش الاستیک برابر یک فرض می شود در غیر این صورت مقدار آن از رابطه زیر حاصل می

شود:

$$\eta = \frac{E_s}{E} \left[\frac{E_t}{E_s} - \frac{(1-\nu_e)^2}{(1-\nu)^2} \right]^{0.5} \quad (15-1-3)$$

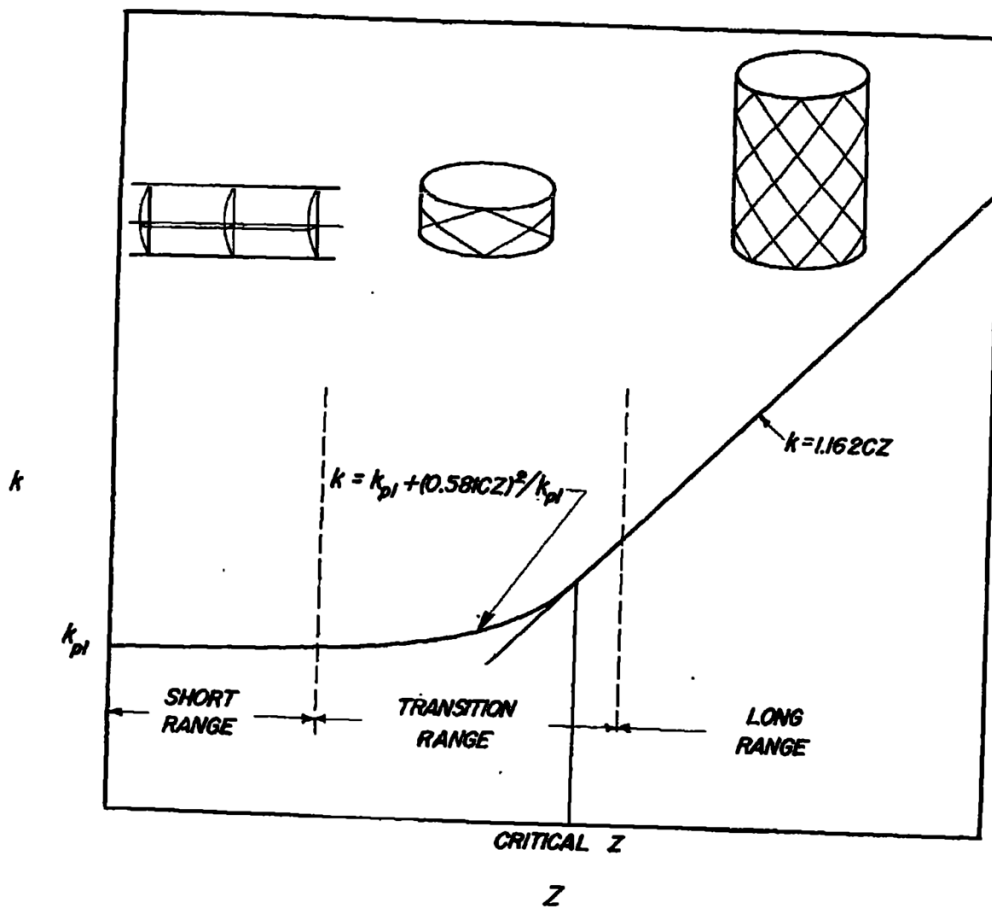


Figure 5.- Method of construction of curve for k as a function of Z . Typical buckle patterns shown for cylinder in each range of Z .

۱۵-۲ کمانش پوسته های استوانه ای تحت بارهای با تقارن مرکزی

معادله دیفرانسیل کمانش پوسته های استوانه ای به صورت زیر بیان می شود:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4\varepsilon^4 w = \frac{1}{D} \left[P(x) + \frac{vN_x}{R} \right] \quad (15-2-1)$$

$$\varepsilon^4 = \frac{3(1-\nu^2)}{t^2 R^2}$$

چون بار محوری کمانش، مستقل از بار طولی گسترده است بنابراین در محاسبه بار بحرانی می توان $P(x)$ را

برابر صفر در نظر گرفت. همان طور که در تعیین بارهای کمانشی صفحات عمل شد، شکل کمانشی را می توان

با یک سری شرایط مرزی مشخص فرض کرد و مسأله را برای یکبار مشخص (بار بحرانی یا مقدار ویژه) که ایجاد کمانش می کند حل نمود. اگر پوسته استوانه ای در دو انتها دارای تکیه گاه های ساده باشد تغییر مکان طولی که شرایط مرزی را ارضاء نماید عبارت است از:

$$w(x) = A \sin \frac{n\pi x}{L}$$

که با جایگزینی رابطه فوق در معادله دیفرانسل کمانش و حل غیربدیهی آن داریم:

$$N_x = D \left[\frac{n^2 \pi^2}{L^2} + \frac{EtL^2}{DR^2 n^2 \pi^2} \right] \quad (15-2-2)$$

برای هر مقدار n یک مود کمانش و یک بار کمانشی خاص وجود دارد ولی چون حد یافتن بار بحرانی کمانش است هنگامی که بار اعمالی به کمترین بار کمانشی برسد، جسم کمانه می کند بنابراین با فرض $n = 1$ داریم:

$$N_x = D \left[\frac{\pi^2}{L^2} + \frac{EtL^2}{DR^2 n^2} \right] \quad (15-2-3)$$

مشاهده می شود که N_x تابعی از طول پوسته یعنی L است. برای یافتن کمترین بار کمانشی مشتق N_x نسبت به L را محاسبه کرده و برابر صفر قرار می دهیم. طولی که در آن کمترین بار کمانشی ظاهر می شود که برابر با بار بحرانی کمانشی است برابر است با:

$$L = \pi \left[\frac{R^2 t^2}{12(1-\nu^2)} \right]^{\frac{1}{4}} = 1.72 \sqrt{Rt} \quad (15-2-4)$$

و بار بحرانی کمانش برابر است با:

$$N_{x \min} = N_{cr} = \frac{Et^2}{R\sqrt{3(1-\nu^2)}} = 0.605 \frac{Et^2}{R} \quad (15-2-5)$$

که این رابطه برای $n > 1$ هم برقرار است.

در نتیجه تنش بحرانی کمانش برابر است با :

$$\sigma_{cr} = \frac{Et}{R\sqrt{3(1-\nu^2)}} = 0.605 \frac{Et}{R} \quad (15-2-6)$$

برخلاف صفحات که در آنها تطابق نسبی خوبی بین نتایج تئوری و تجربی کمانش الاستیک و پلاستیک تحت اثر بارها و شرایط مرزی گوناگون وجود دارد ولی این تطابق در پوسته های استوانه ای مشاهده نمی شود. در پوسته ها به دلیل اثرات نقص اولیه لازم است برای تطابق نتایج تئوری و تجربی، ضریبی در رابطه تنش بحرانی کمانش :

$$\sigma_{cr} = \frac{\gamma Et}{R\sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad (15-2-7)$$

پوسته اعمال گردد.

Anon ضریب اصلاحی γ را به صورت زیر ارائه داده است :

$$\gamma = 1 - 0.901(1 - e^{-\phi}) \quad (15-2-8)$$

$$\phi = \frac{1}{16} \sqrt{\frac{R}{t}} \quad (15-2-9)$$

$$\sigma_{cr} = 0.605 \frac{\gamma Et}{R} \quad (15-2-10)$$

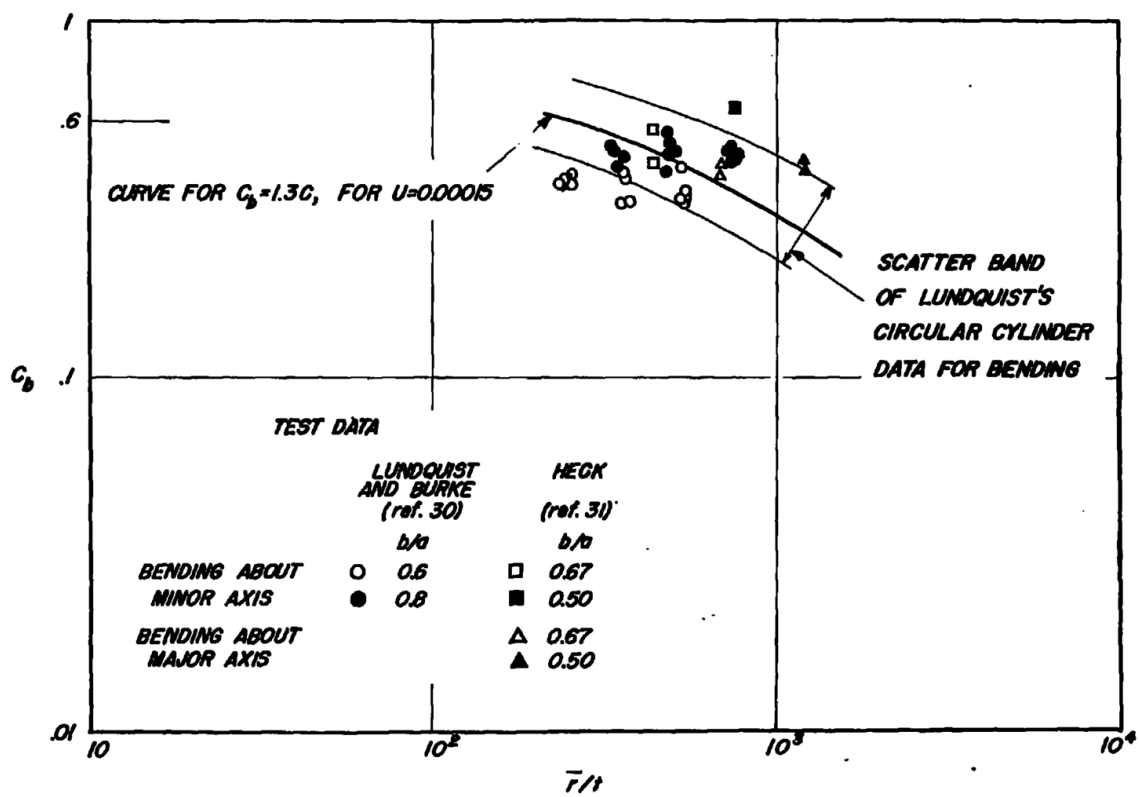
به دلیل مشکلات تحلیلی پوسته ها با تکیه گاه گیردار، استفاده از رابطه مربوط به تکیه گاه های ساده به جز در مواردی که نتایج تجربی مشخصی برای پوسته های با شکل هندسی و شرایط مرزی خاص وجود دارد، مجاز می باشد.

۱۵-۳ کمناش پوسته های استوانه ای تحت اثر خمش

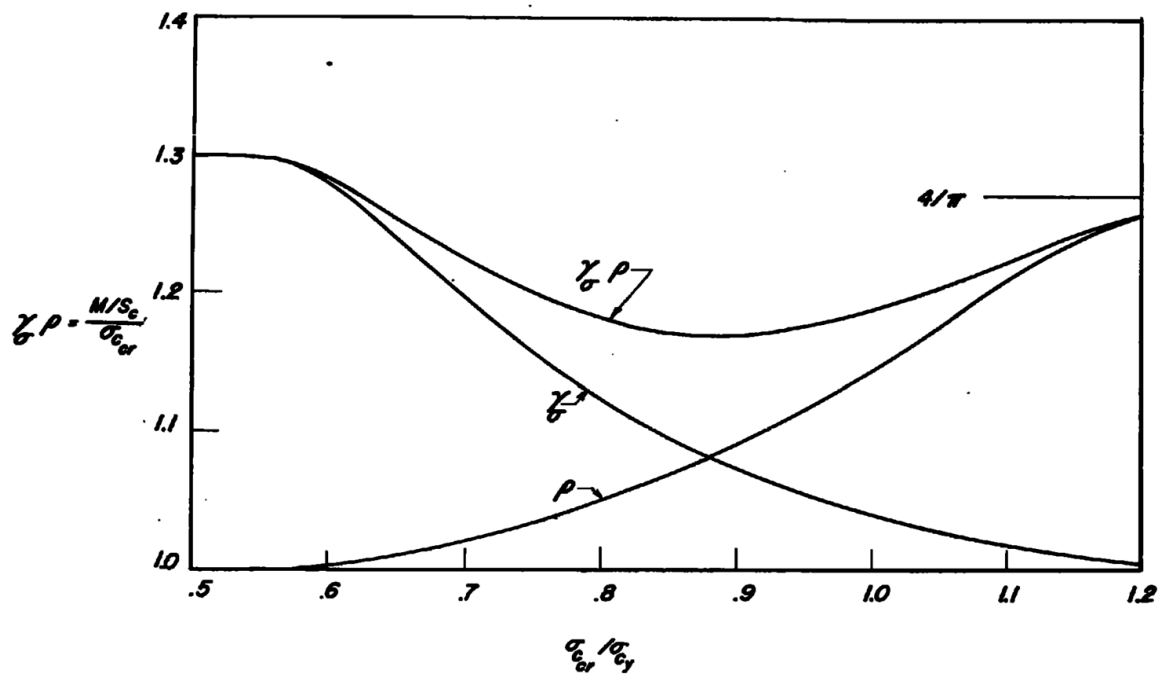
برای پوسته های استوانه ای بلند تنش بحرانی کمناش در حالت الاستیک از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\sigma_{cr} = c_b Et / r \quad (15-3-1)$$

C_b که شامل فاکتور گرادیان ۱.۳ می باشد از شکل زیر تعیین می شود:



و برای محاسبه تنش بحرانی غیر الاستیک می توان از منحنی زیر استفاده نمود:



با توجه به اینکه در پوسته های بدون فشار داخلی و تحت خمش کماتش و شکست به طور همزمان اتفاق می افتد بنابراین روابط قبل را می توان به کار برد. در این مورد هم چون تطابق مناسبی بین نتایج تجربی و تئوری مشاهده نشده است Seide و همکارانش رابطه تجربی زیر را ارائه داده اند:

$$\gamma = 1 - 0.731(1 - e^{-\phi}) \quad (15-3-2)$$

$$\phi = \frac{1}{16} \sqrt{\frac{R}{t}} \quad (15-3-3)$$

بنابراین تنش بحرانی کماتش (15-2-7) بر حسب لنگر خمشی با رابطه زیر بیان می شود:

$$\sigma_{cr} = \frac{MR}{\pi R^3 t} = \frac{M}{\pi R^2 t}$$

کاهش نسبت عرض به ضخامت ورق ها باعث می شود ورق در زمره ی ورق های ضخیم قرار گرفته که در آنها کماتش پلاستیک رخ می دهد یعنی پدیده کماتش پس از جاری شدن مصالح صورت می گیرد.

اگر مدل اجزاء محدود یک ورق را با المان های مستطیلی مش بندی کنیم متوجه خواهیم شد که چون کمانش در نقاط دورتر از تکیه گاه های عرضی ورق آغاز می شود و در این نواحی جزء ورق های داخلی مانند ورق با لبه های عرضی عمل می کنند بنابراین گیردار بودن لبه های عرضی تأثیری در بار کمانشی و ضریب k ندارد.

بر اساس نتایج آزمایش های فشار محوری و خمش Donnell روی لوله های نازک فلزی، σ_{cr} همراه با افزایش $\frac{R}{t}$ کاهش می یابد. مقادیر به دست آمده برای σ_{cr} در حالت خمش به ازای همه مقادیر $\frac{R}{t}$ تقریباً $1/4$ برابر مقادیر به دست آمده در آزمایش های فشار محوری برای پوسته های استوانه ای نازک می باشد.

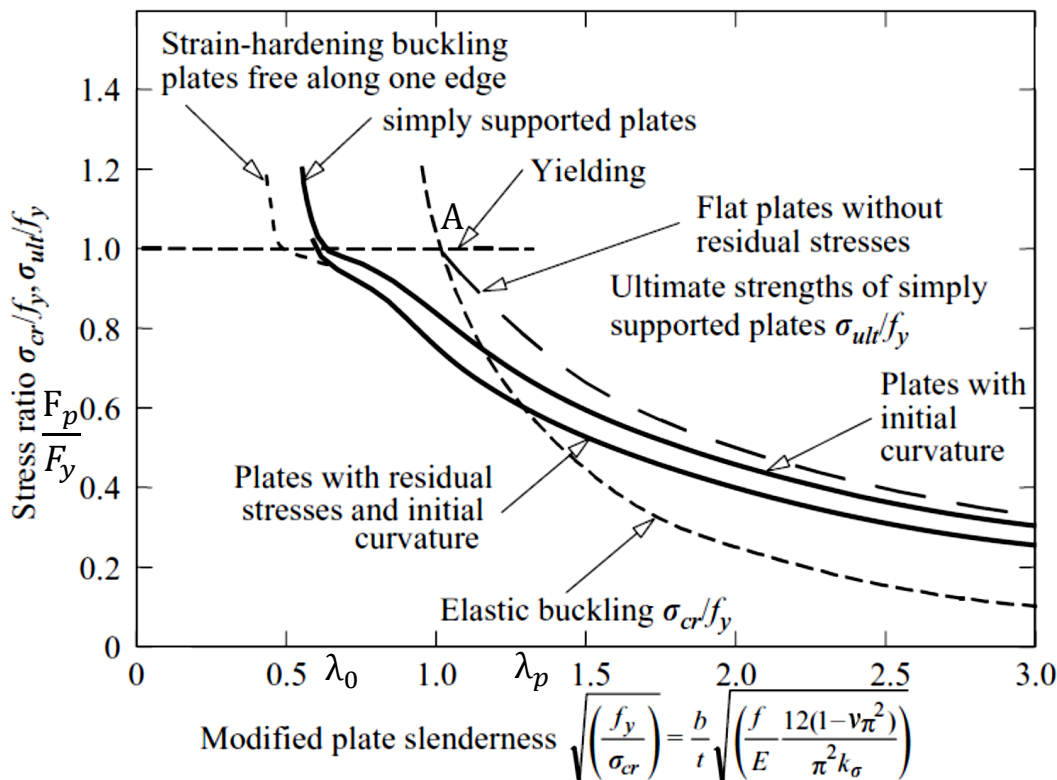
۱۶- ضوابط آیین نامه AISC برای کمانش موضعی

از مقایسه دو نمودار اشکال ۱۴-۱ و ۱۴-۲ می توان نتیجه گرفت که در حالت تنش پسماند منحنی انتقال بین ناحیه الاستیک و کارسختی مستقیم نبوده و بسته به میزان و توزیع تنش پسماند به صورت منحنی است.

برای تفکیک نواحی الاستیک، پلاستیک و کارسختی، عدد بدون بعد λ با توجه به رابطه ی تنش بحرانی کمانش توسط AISC به صورت زیر تعریف می شود:

$$\lambda = \sqrt{\frac{F_y}{F_{cr}}} = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)F_y}{\pi^2 EK}} \quad (16-1)$$

آیین نامه AISC از شکل ۱۶-۱ برای نشان دادن تغییرات تنش بدون بعد $\frac{F_y}{F_{cr}}$ بر حسب λ برای ورق بدون تنش پسماند (که به صورت خط چین رسم شده است) و ورق با تنش پسماند (خط توپر) استفاده می کند.



شکل ۱۶-۱ - نمودار بدون بعد کمانش ورق

در ورق دارای تنش پسماند رابطه ی $\frac{F_{cr}}{F_y}$ و λ در ناحیه ی پلاستیک از منحنی خط چین پیروی نخواهد کرد و از شروع ناحیه پلاستیک تا ناحیه کارسختی به صورت یک منحنی انتقال خواهد بود.

این منحنی اساس تعیین نسبت های $\frac{b}{t}$ در ورق ها برای جلوگیری از کمانش موضعی است. که در آن محل تلاقی منحنی انتقال با ناحیه الاستیک که نظیر آن تنش بدون بعد $\frac{F_p}{F_y}$ در محور قائم است را بر روی محور افقی با λ_p و شروع ناحیه کارسختی در روی محور افقی را با λ_0 نشان می دهند.

برای جلوگیری از کمانش موضعی بایستی :

$$\frac{b}{t} \leq \sqrt{\frac{\pi^2 EK}{12(1-\nu^2)F_y}} \quad (16-2)$$

از طرفی با توجه به تعریف نسبت لاغری اصلاح شده داریم :

$$\lambda = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)F_y}{\pi^2 EK}} \Rightarrow \frac{b}{t} = \lambda \sqrt{\frac{\pi^2 EK}{12(1-\nu^2)F_y}}$$

بنابراین:

$$\lambda \sqrt{\frac{\pi^2 EK}{12(1-\nu^2)F_y}} \leq \sqrt{\frac{\pi^2 EK}{12(1-\nu^2)F_y}}$$

$$\lambda \leq 1$$

در نتیجه بایستی :

که این مقدار نشان دهنده نقطه ی A در شکل ۱۴-۱ است .

چون نقطه A در شرایط مرزی $\frac{F_{cr}}{F_y} \geq 1$ صدق می کند و با توجه به مقادیر $E = 2.03 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ و $\nu = 0.3$ در این نقطه داریم:

$$\lambda = 1, \quad \frac{b}{t} = 1355 \sqrt{\frac{K}{F_y}} \quad (16-3)$$

Geerhard & Thurlimann با توجه به اثر تنش های پسماند، پیشنهاد کرده اند که برای منحنی انتقالی از رابطه ای به شکل زیر استفاده شود:

$$\frac{F_{cr}}{F_y} = 1 - \left(1 - \frac{F_p}{F_y}\right) \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_p - \lambda_0}\right)^n \quad (16-4)$$

که در آن λ_p مساوی با λ مربوط به نقطه شروع منحنی انتقالی در $\frac{F_{cr}}{F_y} = 0.5$ می باشد.

F_p نیز تنش مربوط به حد خطی است. n نیز مساوی با ۲ و یا قدری بزرگتر از آن پیشنهاد شده است.

Bleich نیز با توجه به رفتار غیرالاستیک ورق ها در امتداد بارگذاری با ضریب الاستیسیته E_t و رفتار الاستیک در امتداد عمود بر آن با ضریب الاستیسیته E رابطه ای به فرم زیر برای منحنی انتقالی پیشنهاد نموده است:

$$F_{cr} = \sqrt{\frac{E_t}{E}} \frac{K\pi^2 E}{12(1-\nu^2)\left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (16-5)$$

که نسبت $\frac{E_t}{E}$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\frac{E_t}{E} = \frac{(F_y - F_{cr})F_{cr}}{(F_y - F_p)F_p}$$

که در آن:

$$F_y = \text{تنش تسلیم}$$

$F_p =$ تنش مربوط به حد خطی که در حدود تا در نظر گرفته می شود.

$F_{cr} =$ تنش بحرانی کمانشی

اصول رفتار نهایی یک ورق تحت تنش های فشاری مؤثر بر دو لبه مقابل آن به صورت زیر خلاصه می شود:

۱- رسیدن به ناحیه کارسختی در مقادیر کوچک λ

۲- جاری شدن فولاد در $\lambda = 0.5 \sim 0.6$

۳- کمانش غیرالاستیک در ناحیه انتقالی

۴- کمانش الاستیک در $\lambda > 1.4$ که با سهمی اولر نمایش داده می شود.

۵- مقاومت پس از کمانش همراه با توزیع مجدد تنش ها و تغییر شکل های جانبی بزرگ برای مقادیر $\lambda >$

1.5

با توجه به موارد فوق درمی یابیم برای مقادیر کوچک $\frac{b}{t}$ بدون اینکه هیچگونه کمانشی رخ دهد فولاد به

حد جاری شدن و سخت شدگی مجدد می رسد و برای مقادیر متوسط $\frac{b}{t}$ تنش های پسماند و سایر نقایص

اتفاقی باعث کمانش غیرالاستیک می شود و برای مقادیر بزرگ $\frac{b}{t}$ کمانشی الاستیک رخ می دهد. برای مقادیر

بزرگتر $\frac{b}{t}$ به علت مقاومت پس از کمانش ورق ها، مقاومت ورق اندکی بزرگتر از مقاومت کمانشی الاستیک

می شود.

با توجه به شکل ۱۶-۱ چون نقطه A در بالای منحنی انتقالی قرار دارد، نشان دهنده ی یک نقطه ایمن نیست بنابراین لازم است با انتخاب λ کوچکتری نقطه ای را در نظر گرفت که F_y ، حداقل انحراف را از منحنی انتقال

داشته باشد. برای این کار نقطه $\lambda = \sqrt{\frac{F_y}{F_{cr}}} = 0.7$ پیشنهاد شده است.

$$\lambda = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)F_y}{\pi^2 EK}}$$

$$\begin{cases} \frac{b}{t} = 1355 \lambda \sqrt{\frac{K}{F_y}} \\ \lambda = 0.7 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq 1355 \times 0.7 \sqrt{\frac{K}{F_y}} = 950 \sqrt{\frac{K}{F_y}}$$

$$\frac{b}{t} \leq 950 \sqrt{\frac{K}{F_y}} \quad (16 - 6)$$

رابطه ۱۶-۶ اساس تعیین نسبت پهنا به ضخامت مقاطع غیر فشرده می باشد. و برای مقاطع فشرده بایستی ضریب کاهش پلاستیسیته، η ، در طرف راست رابطه فوق ضرب شود.

۱۷- یافتن ضریب کمانش ورق با استفاده از مقادیر جدول ۱۰-۱-۱-۲

در این بخش، قبل از تطبیق ضریب کمانش ورقهای تشکیل دهنده نیمرخ های ساختمانی تحت شرایط مرزی مختلف با استفاده از یافته های محققین، ابتدا مقدار k مقاطع غیر فشرده جدول ۱۰-۱-۲-۱ مبحث دهم را محاسبه می کنیم و سپس هر مورد را به صورت دقیق بررسی می نمایم. می دانیم ضرایب عددی موجود در جدول ۱۰-۱-۲-۱ (روابط در سیستم SI) حاصل مقدار $950\sqrt{k}$ می باشند.

حداکثر نسبت پهنای آزاد به ضخامت مقاطع غیر فشرده	پهنا به ضخامت	حالت
		۱- بال های تیرنورد شده I و ناودانی در خمش
$950\sqrt{k} = 795 = 0.7k$	$\frac{b}{t}$	۲- بال های تیر ورق I (با اتصال جوشی) در خمش
$k = 0.7$	$\frac{b}{t}$	۳- عضو فشاری تک نبشی یا جفت نبشی با اتصال و لقمه هایی بین دو نیمرخ
$k = 0.44$	$\frac{b}{t}$	۴- بال های برجسته در عضو فشاری جفت نبشی در تماس سرتاسری با یکدیگر، تسمه ها یا نبشی ها که به طور برجسته برتر یا ستون قرار گیرند، قطعات سخت کننده در تیر ورق ها
$k = 0.7$	$\frac{b}{t}$	۵- تیغه (جان نیمرخ سپری)
$k = 1.25$	$\frac{b}{t}$	۶- پهنای آزاد در ورق های تقویتی سوراخدار
$k = 7.81$	$\frac{b}{t}$	۷- ورق های تقویتی روی بال تیر با دو خط اتصال در دو لبه موازی، بال های مقطع قوطی شکل (مربع یا مستطیل) با ضخامت ثابت در فشار خمشی یا فشار
$k = 4.43$	$\frac{b}{t}$	۸- تمام عناصر دیگری که در دو لبه تحت اثر فشار یکنواخت نگهداری شده باشند
$k = 4.43$	$\frac{h}{t}$ یا $\frac{b}{t}$	۹- جان قطعت تحت اثر فشار حاصل از خمش
$k = 44.96$	$\frac{h}{t_w}$	۱۰- جان قطعات تحت اثر مشترک فشار حاصل از خمش و فشار محوری
-	$\frac{h}{t_w}$	۱۱- مقطع دایره ای توخالی (لوله ای شکل)
-	$\frac{D}{t}$	

۱۷-نسبت پهنای آزاد به ضخامت بر اساس AISC-89 - جدول B5-1 مقادیر زیر را توصیه کرده است:

مقطع غیرفشرده	نسبت عرض به ضخامت	حالت
$\frac{95}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{b}{t}$	۱-بال های تیر نورد شده
$95 \sqrt{\frac{K_c}{F_{yf}}}$	$\frac{b}{t}$	۲-بال تیورق I در خمش
$\frac{95}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{b}{t}$	۳-بال تیر نورد شده I تحت فشار یکنواخت، ورق ها و تسمه های متصل به تیر نورد شده I، بال برجسته در عضو فشاری جفت نبشی در تماس سرتاسری با یکدیگر و بال های ناودانی ها تحت فشار یکنواخت
$95 \sqrt{\frac{K_c}{F_y}}$	$\frac{b}{t}$	۴-بال تیورق، تسمه ها (سخت کننده) و بال نبشی های متصل به تیورق تحت فشار یکنواخت
$\frac{127}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{d}{t}$	۵-ساق سپری
$\frac{76}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{b}{t}$	۶-عضو تک نبشی، بال های جفت نبشی که با فاصله از یکدیگر قرار دارند و سایر اجزای سخت نشده تحت فشار یکنواخت
$\frac{238}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{b}{t}$	۷-بال قوطی مستطیل شکل تحت فشار یکنواخت و مقاطع سازه ای توخالی با ضخامت ثابت تحت خمش یا فشار و ورق های تقویتی روی بال تیر با دو خط اتصال در دو لبه موازی
$\frac{317}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{b}{t}$	۸-ورقهای تقویتی سوراخدار
$\frac{253}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{h}{t}$ یا $\frac{b}{t}$	۹-تمام عناصر سخت شده تحت فشار یکنواخت
$\frac{760}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{h}{t_w}$	۱۰-جان اجزای تحت فشار خمشی
$\frac{760}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{h}{t_w}$	۱۱-جان قطعات تحت اثر مشترک خمش و فشار
-	$\frac{D}{t}$	قطعات استوانه ای توخالی

با توجه به جدول B5-1 می توان ضریب کمانش ورق را برای حالات مختلف به صورت زیر محاسبه نمود:

با توجه به رابطه تنش بحرانی کمانش داریم: ($E=29,000 \text{ ksi}$)

$$\frac{b}{t} \leq \sqrt{\frac{\pi^2 EK}{12(1-\nu^2)F_y}}$$

$$\frac{b}{t} \leq 161.9 \sqrt{\frac{K}{F_y}}$$

و با توجه به منحنی انتقالی شکل ۱-۱۶:

$$\frac{b}{t} \leq 0.7 \times 161.9 \sqrt{\frac{EK}{F_y}}$$

با توجه به رابطه ی فوق مشخص می شود ضرایب عددی در جدول B5.1 برای مقاطع غیر فشرده برابر مقدار

$0.7 \times 161.9 \sqrt{K}$ می باشند، که برای حالات مختلف K متناظر به صورت جدول صفحه بعد خلاصه می

شود:

حالت	نسبت عرض به ضخامت	مقطع غیر فشرده
۱-بال های تیر نورد شده	$\frac{b}{t}$	$k = 0.7$
۲-بال تیورق I درخمش	$\frac{b}{t}$	$k = 0.7$
۳-بال تیر نورد شده I تحت فشار یکنواخت، ورق ها و تسمه های متصل به تیر نورد شده I، بال برجسته در عضو فشاری جفت نبشی در تماس سرتاسری با یکدیگر و بال های ناودانی ها تحت فشار یکنواخت	$\frac{b}{t}$	$k = 0.7$
۴-بال تیورق، تسمه ها (سخت کننده) و بال نبشی های متصل به تیورق تحت فشار یکنواخت	$\frac{b}{t}$	$k = 0.7$
۵-ساق سپری	$\frac{d}{t}$	$k = 1.26$
۶-عضو تک نبشی، بال های جفت نبشی که با فاصله از یکدیگر قرار دارند و سایر اجزای سخت نشده تحت فشار یکنواخت	$\frac{b}{t}$	$k = 0.45$
۷-بال قوطی مستطیل شکل تحت فشار یکنواخت و مقاطع سازه ای توخالی با ضخامت ثابت تحت خمش یا فشار و ورق های تقویتی روی بال تیر با دو خط اتصال در دو لبه موازی	$\frac{b}{t}$	$k = 4.4$
۸-ورقهای تقویتی سوراخدار	$\frac{b}{t}$	$k = 7.81$
۹-تمام عناصر سخت شده تحت فشار یکنواخت	$\frac{h}{t}$ یا $\frac{b}{t}$	$k = 4.98$
۱۰-جان اجزای تحت فشار خمشی	$\frac{h}{t_w}$	$k = 44.97$
۱۱-جان قطعات تحت اثر مشترک خمش و فشار	$\frac{h}{t_w}$	$k = 44.97$
۱۲-قطعات استوانه ای توخالی	$\frac{D}{t}$	-

۱۸- تعیین ضریب کمانش ورق (K) برای حالت های مختلف جدول ۱۰-۱-۲-۱ مبحث دهم

برای مقاطع غیرفشرده

حالت ۱ - بال تیر نورد شده I و ناودانی در خمش

بال نیمرخ های I شکل در وسط با جان مقطع متصل بوده و از طرفین آزاد می باشند. چنانچه ضخامت ورق جان نسبت به ضخامت ورق بال کوچک باشد انتهای متصل به جان بیشتر حالت مفصلی دارد. در حالتی که ورق جان نسبت به ضخامت ورق بال زیاد باشد انتهای ورق متصل به جان به سمت گیرداری میل می کند. بنابراین نیم بال مقطع I شکل دارای شرایط مرزی یک طرفه آزاد و طرف دیگر یعنی مفصلی و گیردار است و چون معمولاً ضخامت جان مقاطع نورد شده I شکل و یا ساخته شده از ورق از ضخامت بال کمتر می باشد در این صورت می توان ورق سخت نشده (تقویت نشده) نیمه بال مقطع I شکل با تقریب مناسبی آزاد - مفصلی می باشد.

شرایط مرزی نیمه بال نیمرخ های I شکل در محل اتصال به جان وضعیتی مابین (مفصلی - آزاد) و (گیردار - آزاد) دارند که با توجه به شکل ۳-۴-۹ مقدار $k_{min} = 0.43$ برای این حالت بدست می آید. همچنین با توجه به شکل ۳-۷-۹ و با فرض درجه گیرداری $\epsilon = 0.61$ مقدار $k = 0.7$ حاصل می شود که مطابق توصیه AISC مقدار تقریبی $K = 0.7$ در نظر گرفته می شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{b}{t} \leq 950 \sqrt{\frac{K}{F_y}} \\ K = 0.7 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{b}{t} \leq 950 \sqrt{\frac{0.7}{F_y}} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq \frac{794.8}{\sqrt{F_y}}$$

حالت ۲ - بال های تیورق I (با اتصال جوشی) در خمش

در تیرهای ساخته شده از ورق ممکن است به دلیل نازک بودن ورق بال فشاری قبل از اینکه در تیورق به عنوان یک عضو خمش، ناپایداری کلی نظیر کمانش جانبی پیچشی رخ دهد، ورق بال فشاری دچار ناپایداری موضعی گردد و نتواند به طور مناسب در تحمل لنگر خمشی مشارکت کرده و به عبارتی اساس مقطع لازم را تأمین نماید.

مبحث دهم مقررات ملی ساختمان براساس رابطه تنش بحرانی کمانش محدودیت نسبت عرض به ضخامت بال را با توجه به قرار گرفتن در دسته ورق های تقویت نشده که دارای شرایط مرزی آزاد - گیردار مفصلی است برای جلوگیری از کمانش موضعی آن برحسب لاغری جان به صورت زیر پیشنهاد می کند:

$$\frac{b}{t} \leq 795 \sqrt{\frac{K_c}{F_y}}$$

که در آن اگر $\frac{h}{t_w} > 50$ باشد که در واقع بیانگر لاغری جان می باشد $K_c = \frac{7}{\sqrt{h/t_w}} \geq 0.4$ که یک

ضریب کوچکتر از واحد است و باعث کوچکتر کردن $\frac{b}{t}$ بال شود و اگر $\frac{h}{t_w} < 50$ باشد که بیانگر عدم لاغر

بودن جان است $K_c = 1$

در آیین نامه AISC محدودیت $0.35 \leq K_c \leq 0.763$ برای ضریب K_c قائل شده است که در مبحث

دهم به این مورد اشاره نشده است.

بنابراین مانند حالت ۱ داریم:

$$\begin{cases} \frac{b}{t} \leq 950 \sqrt{\frac{K}{F_y}} \\ K = 0.7 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq 950 \sqrt{\frac{0.7}{F_y}} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq \frac{794.8}{\sqrt{F_y}}$$

حالت ۳ - عضو فشاری تک نبشی یا جفت نبشی با اتصال و لقمه هایی بین دو نیمرخ

شرایط مرزی بال نبشی وضعیت مفصلی - آزاد می باشد. در واقع بال نبشی یک ورق تقویت نشده می باشد که

با توجه به شکل ۳-۴-۹ مقدار $k_{min} = 0.43$ حاصل می شود و AISC مقدار $K = 0.425$ را برای آن

پیشنهاد می کند.

$$\begin{cases} \frac{b}{t} \leq 950 \sqrt{\frac{K}{F_y}} \\ K = 0.425 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq 950 \sqrt{\frac{0.43}{F_y}} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq \frac{623}{\sqrt{F_y}}$$

حالت ۴- بال های برجسته در عضو فشاری جفت نبشی در تماس سرتاسری با یکدیگر، تسمه ها یا نبشی ها که به طور برجسته بر تیر یا ستون قرار گیرند، قطعات سخت کننده در تیر ورق ها .

در این حالت نیز ورق ها در حالت تقویت نشده قرار دارد و شرایط مرزی لبه های کناری آنها حدفاصل مفصلی

- آزاد و گیردار - آزاد می باشد بنابراین مانند حالت ۱ داریم: $K = 0.7$

$$\begin{cases} \frac{b}{t} \leq 950 \sqrt{\frac{K}{F_y}} \\ k = 0.7 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq 950 \frac{\sqrt{0.7}}{\sqrt{F_y}} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq \frac{794.8}{\sqrt{F_y}}$$

حالت ۵ - تیغه (جان نیمرخ سپری)

در این حالت شرایط مرزی لبه کناری جان نیمرخ سپری گیردار - آزاد بوده که بر اساس شکل ۲-۴-۹ مقدار

$k_{min} = 1.247$ بدست می آید ولی با توجه به متمایل بودن اتصال ساق سپری و بالها به وضعیت گیردار و با

توجه به شکل ۳-۷-۹ و با در نظر گرفتن منحنی $\epsilon = 50$ مقدار $k=1.256$ بدست می آید.

$$\begin{cases} \frac{b}{t} \leq 950 \sqrt{\frac{K}{F_y}} \\ k = 1.256 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq 950 \frac{\sqrt{1.256}}{\sqrt{F_y}} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq \frac{1064.68}{\sqrt{F_y}}$$

حالت ۶ - پهنای های آزاد در ورق های تقویتی سوراخدار

بر اساس پژوهش kawai و ohtsubo بر روی ورق های مستطیلی سوراخ دار، نوارهای مجاور

سوراخ به عنوان ورق تقویت نشده با یک لبه آزاد در نظر گرفته می شود. که با جایگزین کردن مقدار h_B و h_A بجای b در معادله

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

معادله بحرانی تنش کمانشی بصورت زیر خواهد بود:

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{h_B \text{ or } h_A}\right)^2$$

با توجه به اینکه مقدار h_A یا h_B ، کسری از b میباشد، پس باعث افزایش مقدار فوق می شود.

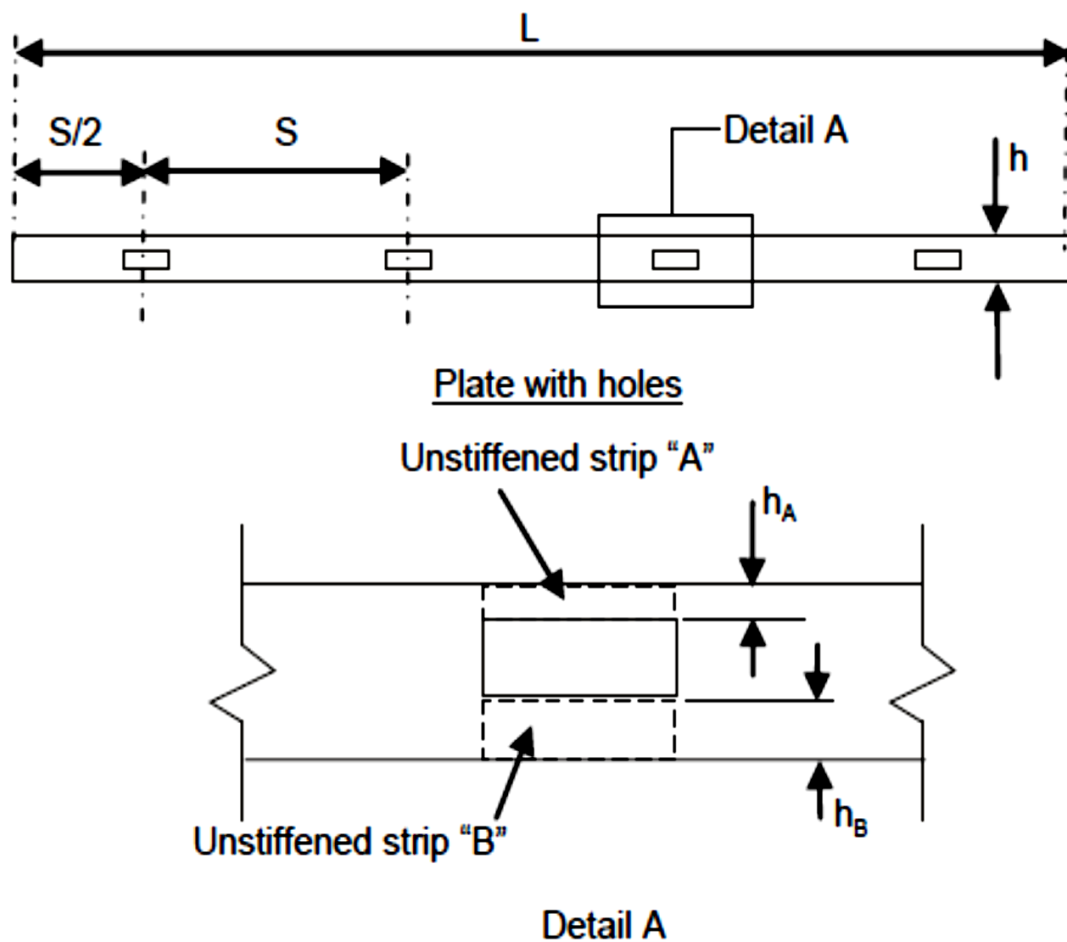
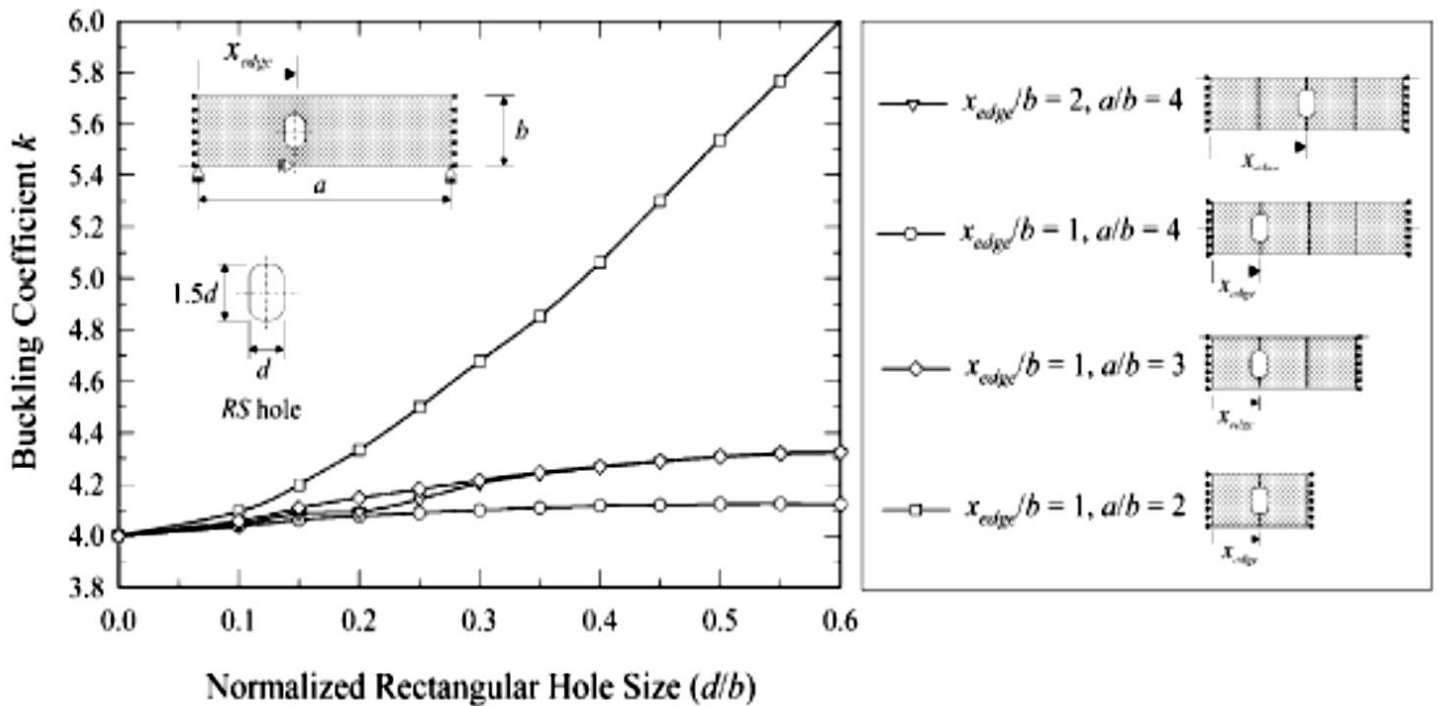


Fig. 4.12 Illustration of unstiffened strips adjacent to a hole



ضریب کمانش ورق با سوراخ لویایی

توجه به اتصال جوشی ورق ها به دو لبه موازی یکدیگر به بال مقاطع I شکل و یا ناودانی برای ساخت ستون شرایط مرزی لبه های موازی نیروهای فشاری به سمت ساده - ساده میل می کند که در این وضعیت مقدار تقریبی $K=4$ در نظر گرفته می شود. ولی وجود سوراخها باعث وابستگی مقدار k به نسبت d/b می گردد و همانگونه که در نمودار صفحه قبل مشهود است با افزایش این نسبت مقدار k هم افزایش می یابد.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{b}{t} \leq 950 \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{F_y}} \\ k_{min} = 4 \\ k = \frac{4}{x} = 7.81 \\ x = h_B^2 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{b}{t} \leq 950 \frac{\sqrt{7.81}}{\sqrt{F_y}} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq \frac{2654.9}{\sqrt{F_y}}$$

این حالت در ویرایش ۲۰۰۵ و ۲۰۱۰ AISC حذف شده است.

حالت ۷ - ورق های تقویتی روی بال تیر با دو خط اتصال در دو لبه موازی، بال های مقطع

قوطی شکل (مربع یا مستطیل) با ضخامت ثابت در فشار خمشی یا فشار

شرایط مرزی لبه های ورق های تقویتی روی بال و یا بال های مقطع قوطی شکل وضعیتی مفصلی - مفصلی بوده

که با توجه به شکل ۹-۱-۲ مقدار $k_{min} = 4$ بدست می آید. ولی با توجه به نمودار شکل ۹-۷-۲ و با در نظر

گرفتن منحنی $\epsilon = 0.5$ برای لبه های در امتداد بارگذاری برای حالت ساده - ساده $K = 4.43$ بدست می

آید.

$$\begin{cases} \frac{b}{t} \leq 950 \sqrt{\frac{K}{F_y}} \\ k = 4.43 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq 950 \frac{\sqrt{4.43}}{\sqrt{F_y}} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq \frac{1999.51}{\sqrt{F_y}}$$

حالت ۸ - تمام عناصر دیگری که در دو لبه تحت اثر فشار یکنواخت نگهداری شده باشند

این مانند حالت ۷ می باشد:

$$\begin{cases} \frac{b}{t} \leq 950 \sqrt{\frac{K}{F_y}} \\ k = 4.43 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq 950 \frac{\sqrt{4.43}}{\sqrt{F_y}} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq \frac{1999.51}{\sqrt{F_y}}$$

لازم به ذکر است بر خلاف AISC-89، مبحث دهم به جای تنش تسلیم در مخرج، تنش مجاز خمشی را در

نظر گرفته است.

حالت ۹ - جان قطعات تحت اثر فشار حاصل از خمش

تنش بحرانی ورق جان که تحت تأثیر تنش خمشی قرار دارد از رابطه زیر به دست می آید :

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EK}{12(1-\nu^2)\left(\frac{h}{t_w}\right)^2}$$

ضریب کمانش موضعی K برای ورق طویل جان تحت تأثیر تنش خمشی که دارای شرایط مرزی لبه های بارگذاری شده مفصلی قرار داشته باشد و شرایط مرزی محل اتصال آن به بال ها ، مفصلی و یا کاملاً گیردار باشد با توجه به نمودارهای ۲-۸-۹ و ۳-۸-۹ برای حالت خمش خالص ($c=2$) به ترتیب $K = 23.9$ و $K = 39.6$ است. با توجه به اینکه ضخامت بال ها از ضخامت جان بیشتر است شرایط مرزی محل اتصال ورق جان به بال ها بیشتر به شرایط مرزی گیردار نزدیک است اگر فرض کنیم شرایط مرزی لبه های متصل به بال ۸۰ درصد وضعیت گیرداری کامل باشد آنگاه ضریب کمانش موضعی K برابر است با :

$$K = (0.8 \times 39.6) + (0.2 \times 23.9) = 36.46$$

بنابراین تنش بحرانی ورق تحت تنش های خمشی برابر خواهد بود با :

$$F_{cr} = \frac{6690 \times 10^4}{\left(\frac{h}{t_w}\right)^2} \Rightarrow F_y \leq F_{cr}$$

آیین نامه AISC در بخش تنش های مجاز به جای در نظر گرفتن F_y برای F_{cr} ، از تنش مجاز خمشی F_b استفاده می کند.

$$F_y = \frac{5}{3} F_b$$

$$\frac{5}{3} F_b \leq \frac{6690 \times 10^4}{\left(\frac{h}{t_w}\right)^2}$$

$$\frac{h}{t_w} \leq \frac{6335}{\sqrt{F_b}}$$

مبحث دهم مقررات ملی ساختمان به جای عدد ۶۳۳۵ در رابطه ی فوق عدد ۶۳۷۰ را اعمال کرده است.

لازم به ذکر است بر خلاف AISC-89، مبحث دهم به جای تنش مجاز خمشی در مخرج، تنش تسلیم را در نظر گرفته است.

حالت ۱۰ - جان قطعات تحت اثر مشترک فشار حاصل از خمش و فشار محوری

با توجه به ردیف ۱۱ جدول B5-1، AISC-89، که برای این حالت مقدار $\frac{h}{t_w} \leq \frac{760}{\sqrt{F_y}}$ را توصیه میکند که این معادل $\frac{h}{t_w} \leq \frac{6370}{\sqrt{F_y}}$ در سیستم SI (حالت ۹) می باشد. بنابراین:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{b}{t} \leq 950 \sqrt{\frac{K}{F_y}} \\ k = 44.46 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{b}{t} \leq 950 \frac{\sqrt{44.96}}{\sqrt{F_y}} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq \frac{6369.96}{\sqrt{F_y}}$$

۱۹- ضریب کمانش ورقها در حالت مقطع فشرده

رفتار پلاستیک نیمرخ های ساخته شده از فولاد با توجه به آزمایش های متعدد به اثبات رسیده است. در مقاومت نهایی که مقطع به حالت پلاستیک می رسد توزیع تنش ها به صورت مستطیلی می باشد ولی توزیع کرنش در ارتفاع تیر با توجه به آزمایشات انجام شده به صورت خطی باقی می ماند. همان طور که در نمودارهای لنگر-انحنای تیر فولادی مشاهده می گردد اولین تاری که جاری می شود و کرنش در آن به ϵ_y می رسد تار خارجی است.

حال برای اینکه مقطع تیر در تمام ارتفاع جاری شده و کرنش در نزدیکترین تارها به تار خنثی به ϵ_y برسد لازم است تارهای انتهایی قادر به تحمل کرنشی به مراتب بزرگتر از ϵ_y باشد تا توزیع کرنش در ارتفاع خطی بماند. با توجه به شکل پذیری فولاد و وجود ناحیه مسطح قابل توجه در نمودار تنش کرنش (ناحیه کرنش پلاستیک) این موضوع امکان پذیر می باشد.

لیکن برای رسیدن به این شرایط بایستی مسأله کمانش موضعی عناصر فشاری مقطع در ناحیه فشاری را مد نظر قرار داده و با در نظر گرفتن نسبت های عرض به ضخامت کوچکتری نسبت به طرح الاستیک که در آن کرنش حداکثر در تارهای خارجی ϵ_y می باشد زمینه را برای ایجاد لنگر پلاستیک در مقطع فراهم نمود.

۲۰- محدودیت تنش های مجاز در آیین نامه

تنش ناشی از خمش در یک تیر از رابطه $F_b = \frac{M}{S}$ به دست می آید. با معلوم بودن لنگر خمشی موجود اگر F_b هم مشخص باشد با استفاده از جداول مشخصات هندسی نیمرخ ها می توان اساس مقطع لازم و در نهایت نیمرخ مناسب را انتخاب نمود. ولی چون در سازه های فولادی با اجزای نازک روبرو هستیم که بزرگترین نقطه ضعیف آنها ناپایداری ارتجاعی (کمانش) در مقابل تنش های فشاری است، تعیین F_b حائز اهمیت بوده و بایستی در تعیین آن علاوه بر معیارهای مقاومت، معیار پایداری هم لحاظ شود.

در اعضای خمشی از آنجایی که یک قسمت از مقطع تحت فشار است این ناحیه در معرض خطر کمانش قرار دارد که به دو صورت ممکن است رخ دهد:

۱- کمانش موضعی

۲- کمانش کلی (کمانش جانبی تیر)

در جلوگیری از دو وضعیت ناپایدار فوق دو عامل نقش تعیین کننده دارند:

الف : مشخصات و ابعاد هندسی مقطع که به صورت نسبت عرض به ضخامت بال و عرض به ضخامت جان در محاسبات وارد می شود.

ب : فواصل تکیه گاه ها و یا مهارهای جانبی بال فشاری

در مورد الف به غیر از طراحی تیروورق ها، طراحان همیشه با نیمرخ هایی سر و کار دارند که ابعاد آنها از قبل تعیین شده اند و تولید کنندگان نسبت های عرض به ضخامت اجزای نیمرخ ها را با توجه به مقادیر مجاز انتخاب می کنند. پس در مورد مقاطع نورد شده منفرد می توان گفت که خطر کمزش موضعی در آنها منتفی است.

۲۱- تعیین ضریب کمزش ورق (K) برای حالت های مختلف جدول ۱۰-۱-۲-۱ مبحث دهم

برای مقاطع فشرده

تعیین نسبت های پهنای آزاد به ضخامت برای مقاطع فشرده بیشتر وابسته به مطالعات آزمایشگاهی است تا روابط تحلیلی، که انعکاس نتایج کار دانشمندی همچون: Galambos, Winter, von Karman, Sechler, Donnell, Sherman, Schilling و... در تفسیر ویرایش های مختلف آیین نامه AISC موید این موضوع است، و همانطور که در بخش ۱۴ توضیح داده شد در صورتی که بتوان نسبتها را به گونه ای انتخاب نمود که کرنشها تا ۳ الی ۴ برابر کرنش حد تسلیم ورق توسعه یابند، می توان به شرایط فشردگی دست یافت. این شرایط متضمن تامین ظرفیت دورانی تقریباً ۳ (نسبت لنگر به انحنا) قبل از شروع کمزش جانبی خواهد بود. چون اگر بر اساس روابطی که برای محاسبه ضریب کاهش پلاستیسیته η ارائه شده است نسبت های ضخامت به پهنای را تعیین کنیم به مقادیری خواهیم رسید که بسیار محافظه کارانه خواهد بود به عنوان نمونه اگر طبق توصیه SSRC به جای E از مقدار $\sqrt{EE_{ST}}$ استفاده شود برای η داریم:

$$\frac{b}{t} \leq \sqrt{\frac{\pi^2 EK}{12(1-\nu^2)F_y}} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq \sqrt{\frac{\pi^2 \sqrt{EE_{st}}K}{12(1-\nu^2)F_y}}$$

$$E_{st} = \frac{E}{33} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq \sqrt{\frac{kE\pi^2 \sqrt{1/33}}{12(1-\nu^2)F_y}}$$

$$\frac{b}{t} \leq \sqrt{\frac{\pi^2 Ek}{12(1-\nu^2)F_y}} \cdot \sqrt{\sqrt{\frac{1}{33}}} \Rightarrow \eta = \sqrt{\sqrt{\frac{1}{33}}} = 0.42$$

که با توجه به مقادیر جدول ۱۰-۱-۲-۱ مبحث دهم مقدار ضریب محافظه کارانه است.

حالت ۱ - بال تیر نورد شده I و ناودانی در خمش

با مقایسه این حالت در وضعیت فشرده با غیر فشرده مشخص می شود که ضریب کاهش معادل:

$$\eta = \frac{545}{795} \cong 0.686$$

برای آن در نظر گرفته شده است.

$$\begin{cases} \frac{b}{t} \leq \eta 950 \sqrt{\frac{K}{F_y}} \\ K = 0.7 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq 0.686 \times 950 \sqrt{\frac{0.7}{F_y}} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq \frac{545}{\sqrt{F_y}}$$

حالت ۲ - بال های تیورق I (با اتصال جوشی) در خمش

با مقایسه این حالت در وضعیت فشرده با غیر فشرده مشخص می شود که ضریب کاهش معادل:

$$\eta = \frac{545}{795} \cong 0.686$$

برای آن در نظر گرفته شده است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{b}{t} \leq \eta 950 \sqrt{\frac{K}{F_y}} \\ K = 0.7 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{b}{t} \leq 0.686 \times 950 \sqrt{\frac{0.7}{F_y}} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq \frac{545}{\sqrt{F_y}}$$

حالت ۲ - ورق های تقویتی روی بال تیر با دو خط اتصال در دو لبه موازی، بال های مقطع

قوسی شکل (مربع یا مستطیل) با ضخامت ثابت در فشار خمشی یا فشار

با مقایسه این حالت در وضعیت فشرده با غیر فشرده مشخص می شود که ضریب کاهش معادل:

$$\eta = \frac{1590}{2000} \cong 0.795$$

برای آن در نظر گرفته شده است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{b}{t} \leq \eta 950 \sqrt{\frac{K}{F_y}} \\ K = 0.7 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{b}{t} \leq 0.795 \times 950 \sqrt{\frac{4.43}{F_y}} \Rightarrow \frac{b}{t} \leq \frac{1589.62}{\sqrt{F_y}}$$

حالت ۹ - جان قطعات تحت اثر فشار حاصل از خمش

تنش بحرانی ورق تحت تنش های خمشی برابر خواهد بود با:

$$F_{cr} = \frac{6690 \times 10^4}{\left(\frac{h}{t_w}\right)^2} \quad \text{و} \quad F_y \leq F_{cr}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{t_w} \leq \sqrt{\frac{6690 \times 10^4}{F_y}} \\ K = 36.46 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{h}{t_w} \leq \frac{8179}{\sqrt{F_y}}$$

با مقایسه این حالت با وضعیت فشرده مشخص می شود که ضریب کاهش معادل:

$$\eta = \frac{5365}{8179} \cong 0.656$$

$$\frac{h}{t_w} \leq \eta \frac{8179}{\sqrt{F_y}} = \frac{5365}{\sqrt{F_y}}$$

حالت ۱۰ - جان قطعات تحت اثر مشترک فشار حاصل از خمش و فشار محوری

با توجه به حالت غیر فشرده بر اساس AISC-89 و مقدار $\frac{h}{t_w} \leq \frac{2155}{\sqrt{F_y}}$ برای حالت $\frac{f_a}{f_y} > 0.16$ داریم:

$$\eta = \frac{2155}{6370} \cong 0.338$$

$$\frac{h}{t_w} \leq \eta \frac{6370}{\sqrt{F_y}} = \frac{2155}{\sqrt{F_y}}$$

حالت ۱۱ - مقطع دایره ای توخالی (لوله ای شکل)

با توجه به معادله ۶-۱۵ و رابطه $\frac{b}{t} < \frac{0.27E}{F_y}$ داریم:

$$E = 2.03 \times 10^6$$

$$\frac{b}{t} < \frac{0.27E}{F_y} \Rightarrow \frac{b}{t} < \frac{548 \times 10^3}{F_y}$$

مبحث دهم تقریباً ۴۲ درصد مقدار فوق را برای مقاطع تحت فشار محوری و خمش توصیه می کند. احتمالاً در مقدار بدست آمده ضریب اصلاحی (۱۵-۲-۸) در نظر گرفته شده است.

$$\eta = \frac{230}{548} \cong 0.419 \Rightarrow \frac{b}{t} < 0.419 \times \frac{548 \times 10^3}{F_y} = \frac{230 \times 10^3}{F_y}$$

۲۲- بررسی نسبتهای آزاد به ضخامت در آئین نامه جدید AISC:

آئین نامه AISC-2010 در جدول B4. 1a نسبت پهنای آزاد به ضخامت اجزای فشاری، اعضایی که تحت اثر فشار محوری قرار دارند {مانند ستونها}، را بیان نموده و آنها را به مقاطع لاغر و غیر لاغر تقسیم بندی نموده است.

در واقع مقاطع ذکر شده در این جدول به عنوان عضو فشاری کاربرد دارند. همچنین در جدول B4. 1b نسبت پهنای آزاد به ضخامت اجزای فشاری، اعضایی که تحت اثر خمش قرار دارند {مانند تیرها} را بیان نموده و آنها را به مقاطع فشرده و غیر فشرده تقسیم بندی نموده است.

بنابراین بسته به اینکه یک جزء فشاری را در یک مقطع فشاری یا خمشی بررسی می کنیم، تقسیم بندی، آئین

نامه AISC-2010 گویاتر است

موارد فوق در ویرایشهای قبلی AISC و مبحث دهم مقررات ملی ساختمان با یکدیگر ترکیب شده اند و برای برخی حالتها از عبارت «کاربرد ندارد» استفاده شده است که در واقع بیانگر این مطلب است که در این حالتها مقطع قابل استفاده به عنوان مقطع خمشی نمی باشند.

به عنوان مثال در ردیف ۶ جدول ۱۰-۱-۲-۱ ورق تقویتی سوراخدار در اعضای خمشی کاربرد ندارد و از این ورقها در ساخت ستونهای پا باز به منظور افزایش شعاع ژیراسیون استفاده می گردد. که لازم است حداکثر نسبت پهنای آزاد به ضخامت آن به عنوان مقطعی لاغر یا غیر لاغر بررسی شود. و یا عضو فشاری تک نبشی یا جفت نبشی با اتصال و لقمه هایی بین دو نیمرخ به عنوان مقطع فشرده کاربرد ندارد چون این حالت به عنوان یک عضو فشاری کاربرد دارد و نه عضو خمشی، از طرفی چنانچه در این حالت $\frac{b}{t} < \frac{200}{\sqrt{f_y}}$ باشد مقطع به عنوان غیر فشرده محسوب شده و در غیر اینصورت مقطعی لاغر است که معادل آن در جدول B4. 1a در ردیف

سوم آمده است که براساس آن چنانچه $\frac{b}{t} < \frac{200}{\sqrt{f_y}}$ باشد مقطع غیر لاغر و در غیر اینصورت لاغر است.

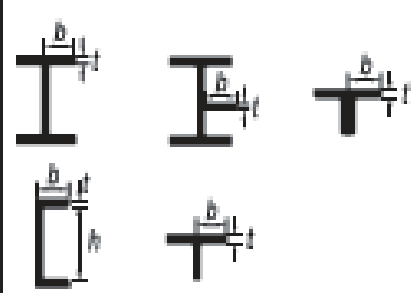
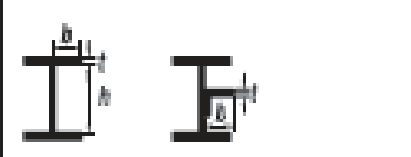


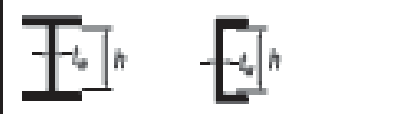





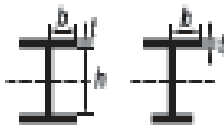




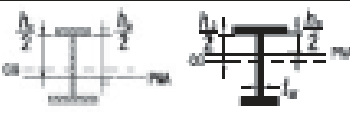

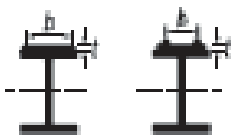


TABLE B4.1a Width-to-Thickness Ratios: Compression Elements Members Subject to Axial Compression				
Case	Description of Element	Width-to-Thickness Ratio	Limiting Width-to-Thickness Ratio λ_p (nonslender/slender)	Examples
Unstiffened Elements	1 Flanges of rolled I-shaped sections, plates projecting from rolled I-shaped sections; outstanding legs of pairs of angles connected with continuous contact, flanges of channels, and flanges of tees	b/t	$0.56\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	2 Flanges of built-up I-shaped sections and plates or angle legs projecting from built-up I-shaped sections	b/t	$0.64\sqrt{\frac{k_c E}{F_y}}$	
	3 Legs of single angles, legs of double angles with separators, and all other unstiffened elements	b/t	$0.45\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	4 Stems of tees	d/t	$0.75\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
Stiffened Elements	6 Webs of doubly-symmetric I-shaped sections and channels	h/t_w	$1.49\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	8 Walls of rectangular HSS and boxes of uniform thickness	b/t	$1.40\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	7 Flange cover plates and diaphragm plates between lines of fasteners or welds	b/t	$1.40\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	8 All other stiffened elements	b/t	$1.49\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	9 Round HSS	D/t	$0.11\frac{E}{F_y}$	

TABLE B4.1b Width-to-Thickness Ratios: Compression Elements Members Subject to Flexure					
Case	Description of Element	Width-to-Thickness Ratio	Limiting Width-to-Thickness Ratio		Examples
			λ_p (compact/ noncompact)	λ_r (noncompact/ slender)	
Unstiffened Elements	10 Flanges of rolled I-shaped sections, channels, and tees	b/t	$0.38 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1.0 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	11 Flanges of doubly and singly symmetric I-shaped built-up sections	b/t	$0.38 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$0.85 \sqrt{\frac{M_p E}{F_y I_x}}$ [A] [B]	
	12 Legs of single angles	b/t	$0.54 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$0.91 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	13 Flanges of all I-shaped sections and channels in flexure about the weak axis	b/t	$0.38 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1.0 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	14 Stems of tees	d/t	$0.84 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1.03 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
Stiffened Elements	15 Webs of doubly-symmetric I-shaped sections and channels	h/t_w	$3.76 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$5.70 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	16 Webs of singly-symmetric I-shaped sections	h_w/t_w	$\frac{A_g E}{4 M_p} \leq \lambda_c$ [C]	$5.70 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	17 Flanges of rectangular HSS and boxes of uniform thickness	b/t	$1.12 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1.40 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	18 Flange cover plates and diaphragm plates between lines of fasteners or welds	b/t	$1.12 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1.40 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	19 Webs of rectangular HSS and boxes	h/t	$2.42 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$5.70 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	20 Round HSS	D/t	$0.07 \frac{E}{F_y}$	$0.31 \frac{E}{F_y}$	

[a] $\lambda_c = 4/\sqrt{h/t_w}$ but shall not be taken less than 0.35 nor greater than 0.76 for calculation purposes.
 [b] $F_y I_x \geq 0.7 F_y$ for major axis bending of compact and noncompact web built-up I-shaped members with $S_x/I_x \geq 0.7$;
 $F_y S_x I_x \geq 0.8 F_y$ for major axis bending of compact and noncompact web built-up I-shaped members with $S_x/I_x < 0.7$.
 [c] M_p is the moment at yielding of the extreme fiber. M_p = plastic bending moment, kip-in. (N-mm)
 E = modulus of elasticity of steel = 29,000 ksi (200,000 MPa)
 F_y = specified minimum yield stress, ksi (MPa)

مراجع

- 1- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, "Specification for Structural Steel Buildings Allowable Stress Design and Plastic Design, June 1, 1989 with Commentary".
- 2- ANSI/AISC 360-05 An American National Standard "Specification for Structural Steel Buildings", March 9, 2005.
- 3- ANSI/AISC 360-10 An American National Standard "Specification for Structural Steel Buildings", June 22, 2010 .
- 4- Charles G. Salmon, John E. Johnson , Faris A. Malhas, "Steel Structures Design and Behavior"
- 5- Khaled M. El-Sawy, Aly S. Nazmy, "Effect Of Aspect Ratio On The Elastic Buckling Of Uniaxially Loaded Plates With Eccentric Holes"
- 6- M. Azhari and M. A. Bradford, "Inelastic initial local buckling of plates with and without residual stresses"
- 7- M. A. Bradford And M. Azhari, "Buckling Of Plates With Different End Conditions Using The Finite Stripe Method"
- 8- M. Azhari, "Local And Post-local Buckling Of Plates And a Late Assemblies Using The Finite Strip Method"
- 9- M.H. Enferadi and M. Azhari, "Stability Criteria for Rectangular Plates Subjected to Intermediate and End Inplane Loads Using Spline Finite Strip Method"
- 10- N.M. Holtz and G.L. Kulak, "Web Slenderness Limits for Compact Beams"
- 11- National Advisory Committee For Aeronautics, Technical Note NO. 1556
- 12- National Advisory Committee For Aeronautics, Technical Note NO. 1817
- 13- National Advisory Committee For Aeronautics, Technical Note NO. 3781
- 14- National Advisory Committee For Aeronautics, Technical Note NO. 3783
- 15- N.S. Trahair, M.A. Bradford, D.A. Nethercot, and L. Gardner, "The Behaviour and Design of Steel Structures to EC3"
- 16- OJ van den Berg, "The Local Buckling Strength Of Partially Artially Stiffened Type 3CR12 Stainless Steel Compression Elements In Beam Flanges.

- 17- P. S. Bulson, "The Stability of Flat Plates"
- 18- Ronail D.Ziemian, "Guide to Stability Design Criteria For Metal Structure", Sixth Edition.
- 19- Stephen P. Timoshenko, "Theory Of Plates And Shells"
- 20- Stephen P. Timoshenko, James M. Gere, " Theory Of Elastic Stability"
- 21- Wei-Wen YuRoger A. LaBoube, "Cold Formed Steel Design" ; Fourth Edition.
- 22- www.steel-insdag.org

۲۳- آ.کومار، تئوری پایداری سازه ها ، ترجمه جواد واثقی امیری ، ایمان محمدپور ۱۳۸۹

۲۴- جی.آر.وینسون، تئوری تیرها، صفحات و پوسته ها ، ترجمه حسن حاجی کاظمی، کاظم مسلم، ۱۳۷۵

۲۵- شاپور طاحونی، طراحی سازه های فولادی، ۱۳۷۹،

۲۶- مبحث دهم، مقررات ملی ساختمان ، طرح و اجرای ساختمان های فولادی، ۱۳۸۷،

۲۷- مجتبی ازهری ، سید رسول میرقادری، طراحی سازه های فولادی ، ۱۳۸۴،

۲۸- محمد مهدی علی نیا، تئوری صفحات و پوسته ها ، ۱۳۸۹،